

1 Úvod

Zadání úlohy říká, že pomocí lineárních polarizačních filtrů a cukerného roztoku je možné „zabarvit“ bílé světlo, a že je úkolem optimalizovat toto zabarvené světlo za účelem získání co nejúžšího pásma vlnových délek. Bílé světlo obsahuje všechny vlnové délky viditelné oblasti elektromagnetického záření a jeho zabarvení vznikne, pokud určité vlnové délky ze spektra odfiltrujeme (nebo snížíme jejich intenzitu), tj. vytvoříme užší spektrum. Otázkou tedy je, zda by se princip popsáný v zadání dal využít k sestrojení monochromátoru.

2 Kvalitativní vysvětlení

Cukerným roztokem rozumíme sacharózu rozpuštěnou ve vodě; v práci budeme pod „cukrem“ rozumět právě sacharózu (tj. $C_{12}H_{22}O_{11}$). Cukr je opticky aktivní látka, což znamená, že otáčí rovinu polarizace lineárně polarizovaného světla. Tato vlastnost je důsledkem chiralidy (zrcadlové nesymetrie) molekul cukru, která způsobuje rozdíl mezi indexy lomu pravotočivě a levotočivě kruhově polarizovaných složek světla. Jelikož je tento rozdíl závislý na vlnové délce světla, vzniká optická rotační disperze; každá vlnová délka je tedy otočena o jiný úhel. Jedná se o velmi známý a důkladně prozkoumaný jev ([1], [2]).

Pokud bílé lineárně polarizované světlo projde roztokem cukru, zůstane lineárně polarizované, avšak jednotlivé vlnové délky budou polarizovány v různých rovinách. To nám umožňuje použít lineární polarizační filtr k zeslabení intenzity určitých vlnových délek. Polarizační filtr propustí nejvíce světla polarizovaného ve svém preferovaném směru a nejméně světla polarizovaného ve směru kolmém na tento směr.

3 Kvantitativní vysvětlení

Pro navržení optimalizace uspořádání je potřeba znát dva základní principy: jak se polarizované světlo různého směru chová při průchodu polarizačním filtrem (z hlediska intenzity) a jak úhel natočení polarizační roviny závisí na vlnové délce v cukerném roztoku. Intenzita světla procházející ideálním lineárním polarizačním filtrem je dána Malusovým zákonem [3]:

$$I = I_0 \cos^2 \phi, \quad (1)$$

kde I a I_0 jsou intenzity za a před polarizačním filtrem a ϕ je úhel mezi orientací lineární polarizace vstupního světla a preferovaným směrem polarizačního filtru. Z rovnice 1 vyplývá, že polarizační filtr propustí nejvíce té vlnové délky, jejíž polarizační rovina je nejbližší preferovanému směru; ostatní vlnové délky, jejichž polarizační roviny jsou natočeny jinak, projdou s menší intenzitou. Rovnice 1 tedy ukazuje, že výsledné „zabarvené“ světlo nebude monochromatické, ale bude mít určitý rozsah, který je dán úhlovým rozložením polarizací jednotlivých vlnových délek a nastavením polarizátoru.

Úhel, o který je každá vlnová délka otočena, je přímo úměrný optické dráze světla v cukerném roztoku a koncentraci roztoku [4]. Lze tedy zavést měrnou rotaci látky při dané teplotě, pro kterou platí:

$$\alpha = [\alpha]_{\lambda}^T c l, \quad (2)$$

kde α je úhel otočení pro vlnovou délku λ při teplotě T , $[\alpha]_{\lambda}^T$ je měrná rotace, c koncentrace roztoku a l délka optické dráhy.

Protože cukerný roztok má ve viditelné oblasti zanedbatelnou absorpci, lze optickou rotační disperzi (ORD) modelovat pomocí jednočlenného Drudeova modelu [3]:

$$[\alpha]_{\lambda}^T = \frac{A(T)}{\lambda^2 - \lambda_c^2}, \quad (3)$$

kde $A(T)$ je rotační konstanta závislá na teplotě a λ_c rezonanční vlnová délka roztoku. Parametry $A(T)$ a λ_c se běžně fitují na experimentální data. Z povahy funkce Drudeova modelu vyplývá úhlové rozložení barevného spektra, z něhož lze odvodit kvalitativní závěry o vlastnostech výsledného světla.

Běžné zdroje bílého světla nejsou „ideálně bílé“ (nemají stejnou intenzitu všech vlnových délek) a jejich spektrum může být nespojité; proto při určování výsledného spektra je nutné brát v úvahu spektrum zdroje. Při zahrnutí intenzitních ztrát způsobených dalšími efekty lze výsledné spektrum za polarizačním filtrem vyjádřit jako

$$P(\lambda) = P_0(\lambda) T_0(\lambda) \cos^2(\phi + A(T) c l (\lambda^2 - \lambda_c^2)^{-1}), \quad (4)$$

kde $P_0(\lambda)$ je spektrum zdroje, $T_0(\lambda)$ transmisivita způsobená ostatními jevy a $P(\lambda)$ výsledné spektrum. Numerickou detekcí vrcholů ve výsledném spektru lze získat závislost šířky spektra na parametrech experimentu.

4 Experiment

4.1 Experimentální aparatura

Experimentální aparatura je znázorněna na obrázku 1. Orientace aparatury je vertikální — světlo prochází ve vertikálním směru, což umožňuje snadné měnění výšky sloupce roztoku (tj. optické dráhy). Jako zdroj světla byla použita klasická wolframová žárovka s výkonem 100 W. Paprsek před vstupem do roztoku dále prochází spojnou čočkou (+15 D) a otočným polarizačním filtrem (viz obrázek 1b(b)), který určuje vstupní orientaci polarizace světla.

Trubice na roztok je z plexiskla a je zespoda uzavřena průhledným sklem. Pro eliminaci vnitřních odrazů od stěn je do ní vloženo černé pěnové stínění (běžná izolace na trubky má velmi dobrou pohltivost). Za trubicí paprsek opět projde spojnou čočkou (+30 D) a následně druhým (fixním) polarizátorem. Po průchodu druhou čočkou je paprsek koncentrován do vstupu optického vlákna, které ho vede do spektrofotometru (Go Direct SpectroVis, Verner — vernier-gdx-svisp). Spektrofotometr prováděl vždy 6 měření spekter, která průměroval a vyhlazoval přes interval 10 nm. Integrační čas pro každé měření byl nastaven na 0,5 s. Teplota v místnosti byla kontrolována regulátorem a elektrickým topítkem udržována dlouhodobě okolo 20 °C. Experimenty jsem prováděl pro různé výšky roztoku v trubici a pro různá natočení prvního polarizátoru. Koncentrace roztoku byla pro všechna měření stejná, a to $c = 0,4$ w/w (tj. 40 % hmotnosti roztoku je tvořeno hmotností cukru).

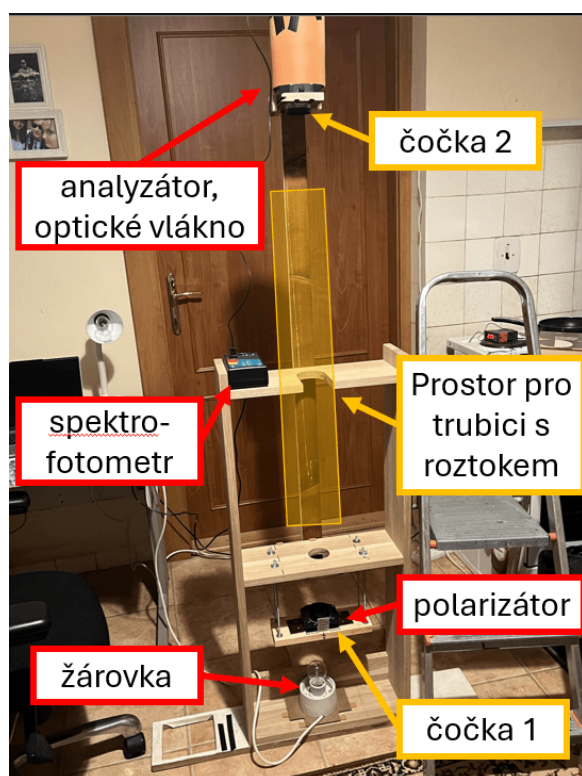
4.2 Referenční měření

Spektrum zdroje (měřené bez roztoku) je zobrazeno na obrázku 2a a jeho závislost na úhlu otočného polarizátoru na obrázku 2b. Z grafů je patrné, že žárovka vyzařuje největší intenzitu v červené oblasti a velmi málo ve fialové oblasti. Na druhou stranu je žárovka snadno dostupným zdrojem, což ulehčuje reprodukovatelnost experimentu. V grafu 2b je dobře vidět, že žárovka vyzařuje značnou část intenzity v IR spektru — to je možné sledovat díky rozsahu spektrofotometru do 900 nm. Horní mez viditelné oblasti jsem omezil na 750 nm. Tímto měřením lze také ověřit Malusův zákon (rovnice 1). V grafu na obrázku 3a je vynesena závislost celkové intenzity na úhlu otočného polarizátoru a fit funkce

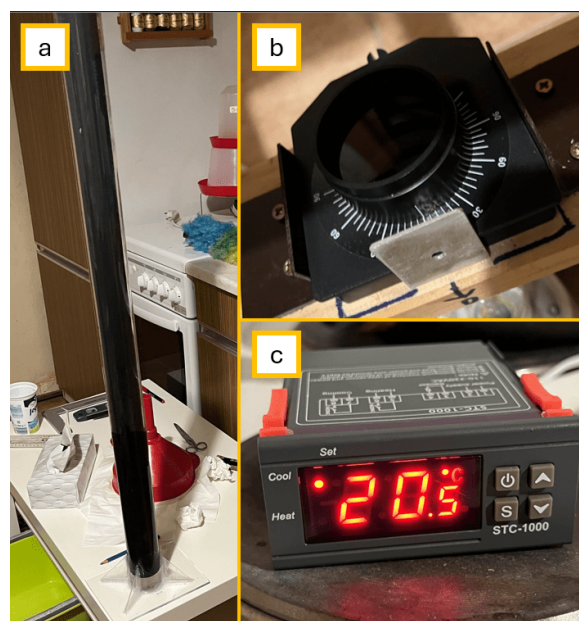
$$y = A \cos^2(x + B), \quad (5)$$

kde A a B jsou fitovací parametry. Celkovou intenzitu chápeme jako

$$I_{\text{celk}} = \int_{400 \text{ nm}}^{750 \text{ nm}} i(\lambda) d\lambda. \quad (6)$$



(a) Sestavená aparatura



(b) Použité prvky

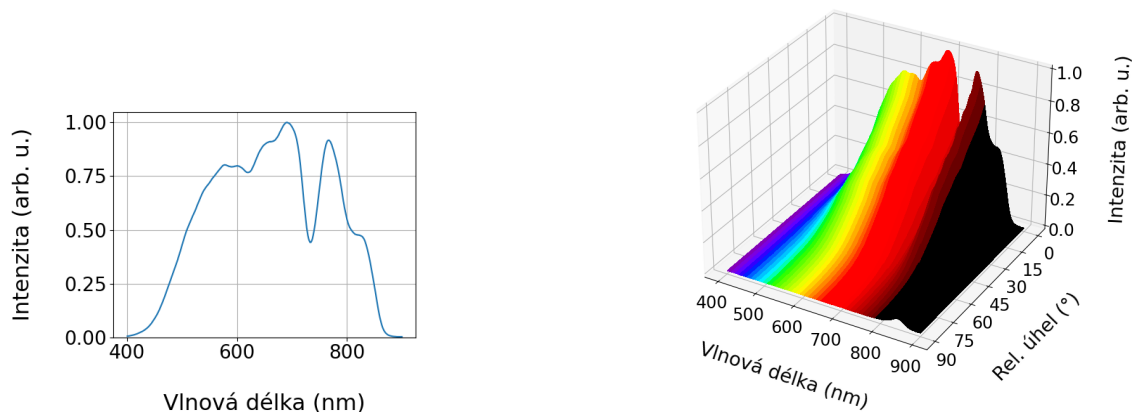
Obrázek 1: Experimentální uspořádání

Z grafu 3a je patrné, že numerická hodnota intenzity kolísá a nevytváří přesně hladký průběh podle Malusova zákona; aby bylo možné křivku správně nafitovat, zavedl jsem fázový posun B . Kolísavost celkové intenzity může být způsobena rozdílnými dobami svícení žárovky (tj. různým nahřátím), zahříváním okolních optických prvků, střídavým napájením, změnami okolního osvětlení během měření nebo jinou systematickou chybou. Z toho plyne, že nelze spoléhat na kvantitativní porovnávání spekter bez jejich normalizace; zde používám normalizaci tak, že maximální hodnota intenzity každého spektra je rovna 1.

5 Výsledky

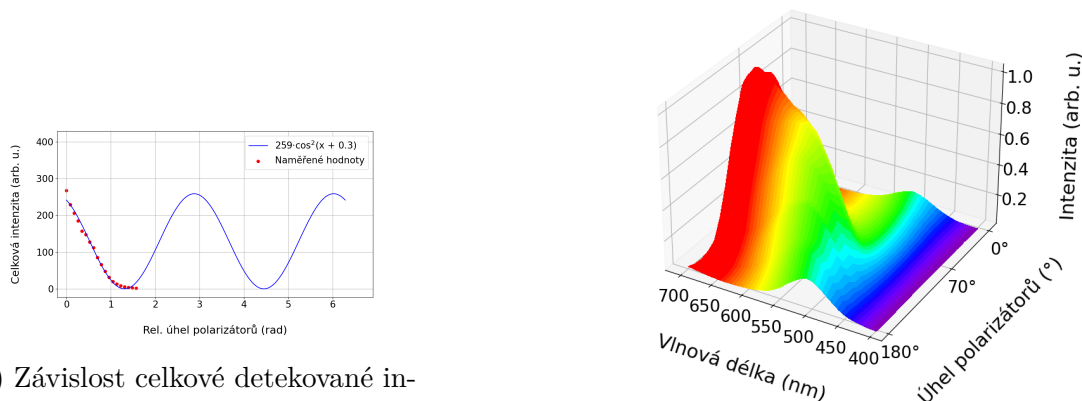
5.1 Demonstrace zabarveného světla

Pozorování zabarveného světla okem jsou na obrázku 4. Většina intenzity je soustředěna ve středu trubice, tedy i většina světla pochází z (ne)odraženého paprsku. Změny barev lze vysvětlit pomocí grafu 3b, který zobrazuje spektra pro optickou dráhu 20 cm při různém natočení polarizátoru. Spektra byla měřena po 5° v rozsahu 0° – 90° a po 10° v rozsahu 90° – 180° . Z grafu je patrné, že při otáčení polarizátoru dochází k posunu maxima hlavního vrcholu. Při nulovém natočení se maximum nachází okolo 500 nm, což způsobuje modré zabarvení na obrázku 4d. Hlavní vrchol původního spektra žárovky (červený) je nejvýraznější okolo 90° natočení polarizátoru, což naznačuje, že vlnové délky okolo 700 nm se při průchodu roztokem otočily přibližně o tento úhel; tento vrchol je zodpovědný za oranžové zabarvení na obrázku 4c. Při dalším otáčení polarizátoru může červené maximum ztratit intenzitu a současně se objeví výrazný vrchol v modré oblasti. Kombinací červeného a modrého vrcholu lze vysvětlit fialové zabarvení světla na obrázku 4b. Tento případ nastává okolo 150° .



(a) Naměřené spektrum zdroje pro souosé polarizátory. (b) 3D graf zobrazující pokles intenzity při otáčení polarizátoru. Jednotlivá spektra jsou interpolovaná pro čistší zobrazení.

Obrázek 2: Naměřená spektra bez trubice s roztokem (referenční měření).



(a) Závislost celkové detekované intenzity na úhlu otočného polarizátoru. Experimentální body pocházejí z 18 naměřených spekter po 5°.

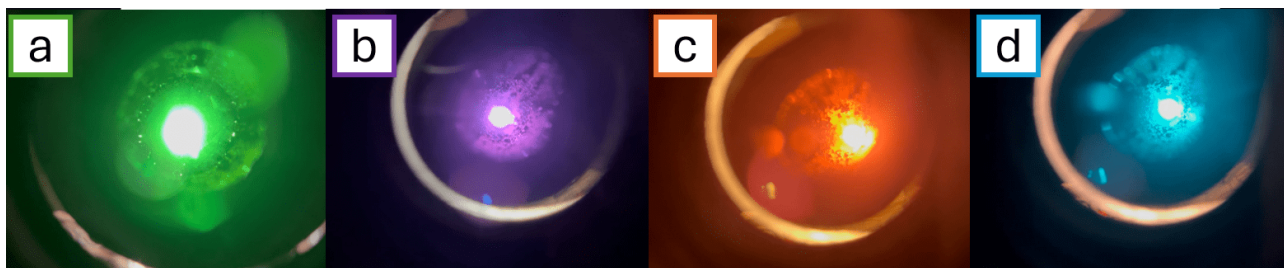
(b) 3D graf zobrazující naměřená spektra pro různá natočení polarizátoru (optická dráha 20 cm).

Obrázek 3

5.2 Analýza spekter

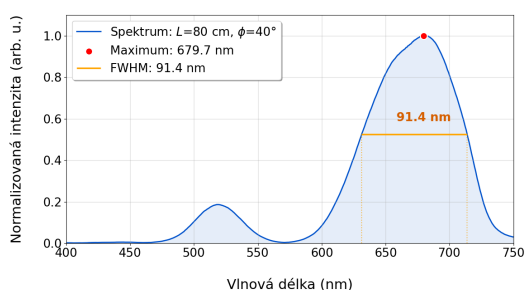
Parametrem optimalizace je šířka pásma přítomných vlnových délek, kterou zde definuji jako šířku hlavního vrcholu ve spektru v jeho poloviční výšce (při normalizaci k maximu jde o šířku v místě, kde intenzita je rovna 0,5). Pokud je ve spektru více vrcholů, označí se spektrum zvlášť. Ostatní vrcholy se detekují pouze tehdy, pokud dosahují alespoň poloviny intenzity hlavního vrcholu. Příklad automatické detekce vrcholů je na obrázku 5a. Šířka vrcholu v závislosti na úhlu otočení polarizátoru pro různé optické dráhy je na obrázku 5b. Z grafu je patrné, že všechny naměřené šířky jsou výrazně menší než šířka referenčního spektra zdroje. Dále vidíme, že při nižší optické dráze se šířka spektra mění s větší amplitudou, což lze vysvětlit menším úhlovým rozptýlením barevného spektra.

Závislost šířky spektra při fixním úhlu polarizátoru na optické dráze je pro tři úhly vykreslena na obrázku 6a. Křivky se dramaticky liší. Zvlášť zajímavá je křivka pro 90°: při optické dráze 20 cm je spektrum široké, protože barvy se v úhlovém rozložení ještě dostatečně nerozprostřely a červené maximum se otočilo přibližně o 90°. Při zvětšování optické dráhy se červené maximum dostává za 90° a podle Malusova zákona jeho část začíná být tlumena, takže se šířka spektra zmenšuje. Při optické dráze okolo 50 cm začne druhý konec spektra dosahovat natočení většího než 180° a začne být více viditelný (preferovaný směr je symetrický i vůči 270°). Při

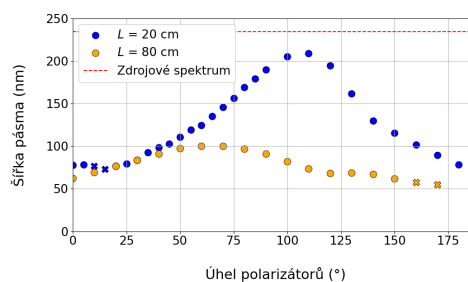


Obrázek 4: Zabarvené světlo pro různá natočení polarizátoru. Zelené světlo je z experimentu s optickou dráhou 80 cm, zbývající tři (b, c, d) pak s optickou dráhou 20 cm.

určité optické dráze by mělo dojít ke zdvojení vrcholů (v našem měření kolem 50 cm), což je následováno výraznou změnou polohy maxima. Tento přechod je ilustrován v grafu 6b; výrazný zlom přes celé spektrum je patrný těsně před 60 cm na ose x.



(a) Ukázka automatické detekce vrcholů ve spektru. FWHM (full width at half maximum) reprezentuje šířku spektra.



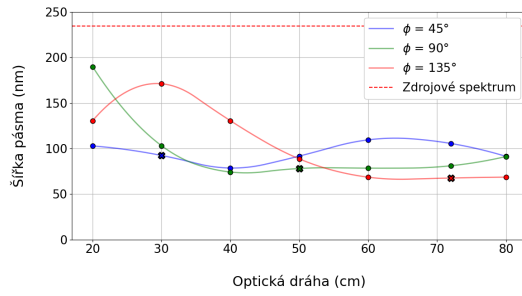
(b) Závislost šířky spektra na úhlu otočení polarizátoru. Data pro optickou dráhu 80 cm měřena po 10°. Vícenásobné vrcholy jsou označeny křížkem.

Obrázek 5: Analýza šířky spekter.

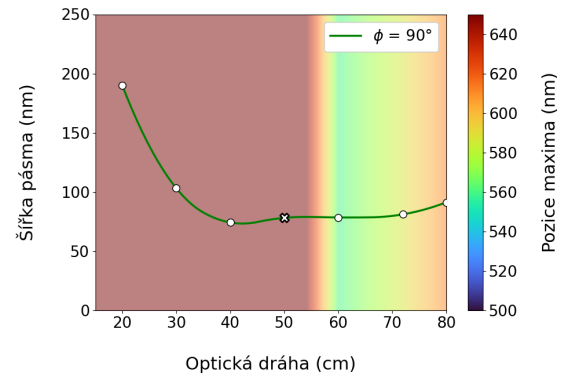
6 Diskuze a závěr

Z výsledků vyplývá, že nejmenší dosažená šířka pásma vlnových délek byla přibližně 60 nm. Z grafu 5b vyplývá, že při navýšení optické dráhy o 60 cm nedošlo k výraznému dalšímu poklesu šířky pásma. Pro ověření možnosti dosažení užšího pásma plánuji provést další experimenty s přesnějším měřením závislosti šířky pásma na úhlu polarizátoru pro větší množství optických drah a z každé křivky vybrat nejužší hodnoty. Tento přístup by mohl vést k finální optimalizaci. Optická dráha 80 cm byla z praktických důvodů maximální možná, ale pro zkoumání případů s ještě větším natočením roviny polarizace by bylo možné zvýšit koncentraci roztoku, protože koncentrace, stejně jako optická dráha, ovlivňuje míru natočení polarizační roviny [4]. Užšího pásma by se pravděpodobně dalo dosáhnout také opakovaným průchodem světla uspořádáním roztok–polarizátor (sérií kyvet a polarizátorů), neboť z výsledků této práce je patrné, že jeden průchod světla tímto uspořádáním spektrum výrazně zúží.

V práci jsem tedy úspěšně demonstroval, že šířka spektra se při průchodu roztokem a polarizátorem zmenšuje, prozkoumal jsem, jak toto zúžení závisí na úhlu polarizátoru a optické dráze, a dosáhl šířky pásma zhruba 60 nm. Dále jsem navrhl cíle pro další rozvoj práce a možné metody dosažení užšího spektra.



(a) Závislost šířky spektra na optické dráze pro různé pevné úhly polarizátoru. Jednotlivé závislosti jsou pro přehlednost spojeny spline křivkou.



(b) Závislost šířky spektra na optické dráze pro $\phi = 90^\circ$. Barevné pozadí znázorňuje polohu maxima u každého detekovaného vrcholu.

Obrázek 6: Analýza šířky spekter.

Reference

- [1] Habib Taouk. Optical wave propagation in active media: gyrotropic-gyrochiral media. *Journal of the Optical Society of America A*, 14:2006–2010, 1997.
- [2] M. Nixon and I. G. Hughes. A visual understanding of optical rotation using corn syrup. *European Journal of Physics*, 38:45302–45307, 2017.
- [3] Alfons Penzkofer. Optical rotatory dispersion measurement of D-glucose with fixed polarizer analyzer accessory in conventional spectrophotometer. *Journal of Analytical Sciences, Methods and Instrumentation*, 3(4):234–239, 2013.
- [4] Nathan Hagen and Toshiyasu Tadokoro. The rainbow beam experiment: direct visualization of dipole scattering and optical rotatory dispersion. *Proceedings of SPIE*, 11132:111320E, 2019.