15. Magnetická Newtonova houpačka

Hynek Němec

Dept. of Dielectrics
Institute of Physics of the
Czech Academy of Sciences

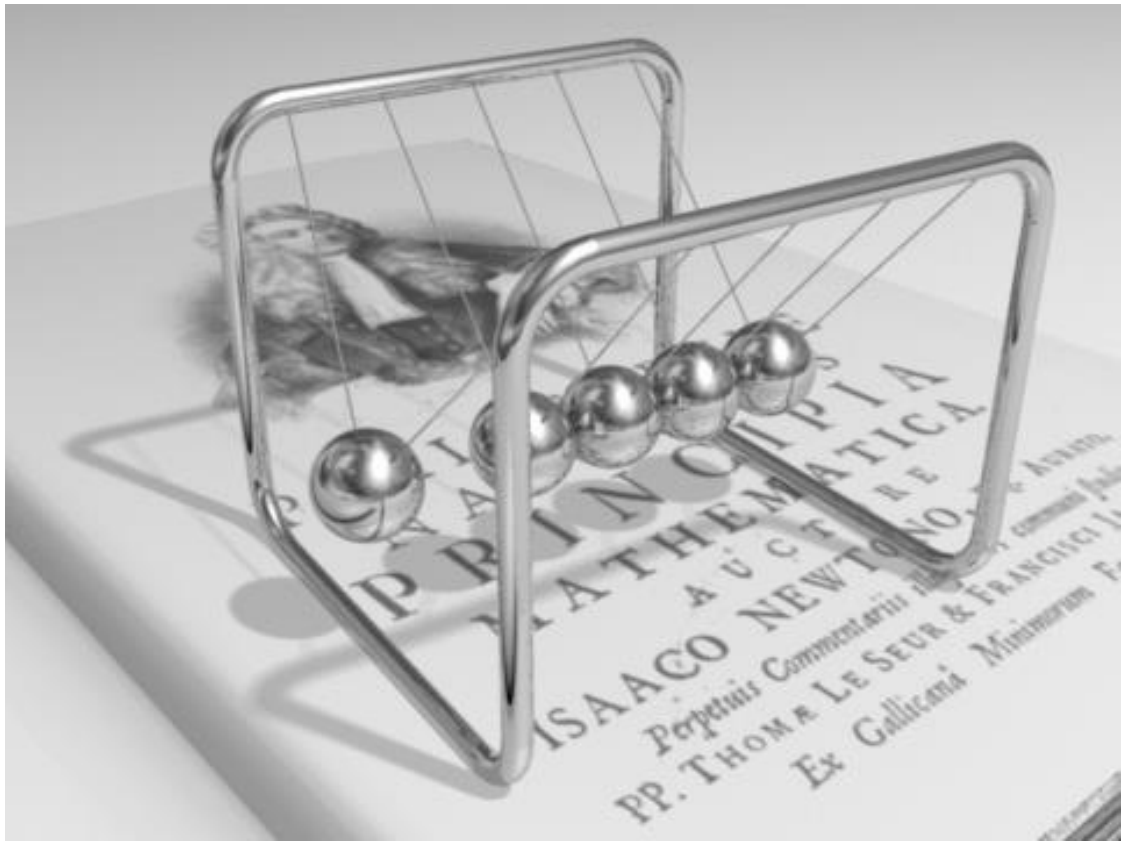
Praha, 13. října 2025

15. Magnetická Newtonova houpačka

Nový typ Newtonovy houpačky lze sestrojit s použitím odpuzujících se a nedotýkajících se magnetů místo srážejících se kuliček. Tato nová houpačka může fungovat podobným způsobem jako obyčejná Newtonova houpačka, ale může vykazovat i jiné zajímavé chování. Vysvětlete a studujte pohyb této magnetické houpačky.

Klasická Newtonova houpačka (rázostroj)

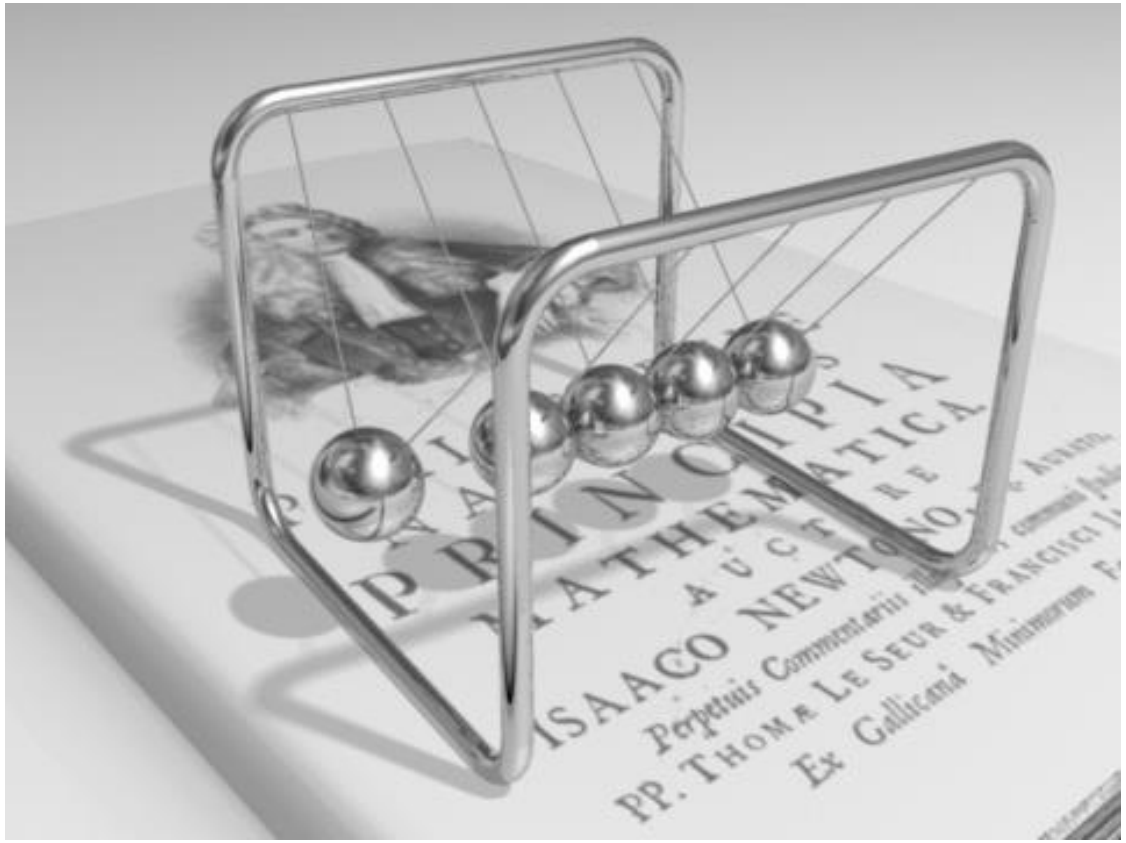
- Demonstrace srážek a zákonů zachování hybnosti a energie



Převzato včetně obrázku z https://cs.wikipedia.org/wiki/Rázostroj

Klasická Newtonova houpačka (rázostroj)

- Demonstrace srážek a zákonů zachování hybnosti a energie
  - Pohybují se pouze vnější koule
  - Ne zcela pružná srážka → tlumení



Prvotní pozorování

- Dimenze úlohy
  - Pohyb v rovině (n stupňů volnosti)
  - Navíc příčný pohyb ($2n$ stupňů volnosti)
  - Nenapnutý závěs ($3n$ stupňů volnosti, $2n$ pokud v rovině)

- Jeden pól: ≈ kyvadlo
- Druhý pól: šmodrchanice magnetů na provázku

Soustava vázaných oscilátorů

- „Magnety“ bez magnetického pole
  - Soustava nevázaných matematických/fyzických kyvadel
  - Pro malé výchylky = lineární harmonické oscilátory
    - Vratná síla úměrná vzájemné výchylce

$$m_j \ddot{x}_j = -k_j x_j \equiv F_j$$

x_j Výchylka j-tého oscilátoru

m_j Hmotnost j-tého „magnetu“

k_j Koeficient vratné síly ($= g/L_j$)

Soustava vázaných oscilátorů

- Magnety s magnetickým polem pro velmi malé výchylky
  - Vratná síla úměrná vzájemné výchylce
  - Soustava (lineárně) vázaných lineárních harmonických oscilátorů

$$m_j \ddot{x}_j = -k_j x_j - \sum_l k_{jl}\left(x_j - x_l - x_{jl,0}\right)$$

  - Lze pomocí lineární transformace převést na tzv. <u>vlastní módy</u>

$$M_j \ddot{X}_j = -K_j X_j \equiv f_j$$

  - Zde M_j, X_j, f_j jsou zobecněné hmotnosti, souřadnice, síly
  - Jakýkoliv pohyb lze vyjádřit jako superpozici těchto vlastních módů

- Dva stejné magnety
  - Pohyb těžiště $X_T = \frac{x_1 + x_2}{2}$
  - Vzájemná výchylka $\Delta X = x_2 - x_1 - x_{21,0}$

Soustava vázaných oscilátorů

- S magnetickým polem pro větší výchylky
  - Soustava nelineárně vázaných lineárních harmonických oscilátorů

$$m_j \ddot{x}_j = -k_j x_j - F_j(x_1 - x_j, \dots, x_n - x_j)$$

  - Magnety považujeme za bodové magnetické dipóly
  - Síla mezi souosými magnety klesá se třetí mocninou jejich vzdálenosti
  - Asi nebude od věci přejít do těžišťové soustavy (i v experimentech)

- Ještě větší výchylky
  - Magnety už nejsou souosé, je nutné uvažovat vektorový charakter magnetizace a magnetického pole
  - Bude stačit přiblížení bodového magnetického dipólu?
  - Bude k_j stále ještě konstantní?

Experimenty

- Co lze jednoduše měnit
  - Počet magnetů
  - Počáteční podmínky (výchylky, rychlosti)
  - Délky závěsů
  - „Vzdálenosti“ mezi magnety (rovnovážná? bez působení mg. pole?)
  - Hmotnosti „koulí“

- Co lze měnit hůře
  - Magnetický moment (přidání magnetů současně zvýší hmotnost)

Experimenty

- Na co si dát pozor
  - Udržení pohybu v jedné rovině
  - Magnetické materiály v aparatuře (vznik magnetických obvodů) a v blízkosti aparatury
  - Vodivé materiály v blízkosti (tlumení kvůli vzniku vířivých proudů)
  - Dostatečně malé tlumení
  - Stabilita a přesnost aparatury
    - Varování: Rázy nevázaných dvou lehce odlišných lineárních harmonických oscilátorů

- Měření průběhu magnetického pole (lze na FZÚ)
  - Podstatnější: proměření silového působení (siloměr ve škole)

Teorie

- Nejjednodušší přístup: vykreslit si průběh potenciálu
  - 2 magnety, těžišťová soustava ⇒ jediná proměnná ⇒ klasický graf funkce
  - 3 magnety, těžišťová soustava ⇒ dvě proměnné ⇒ vrstevnicový graf
  - Kvalitativní diskuse

- Škálování (pro pokročilé)
  - Lze nalézt takové transformace parametrů, které vedou ke stejné úloze?
  - Co je nutné změnit, pokud současně stejně
  - Nelineární problém ⇒ nelze zaručit nic:
    - Existenci
    - Nápovědu při experimentování

- Numerická simulace pohybu
  - Sestavení pohybových rovnic ⇒ jednoduché
  - Důležité je zmapovat druhy pohybu v závislosti na vhodných parametrech

Srovnání teorie/simulací s experimentem

- Pro 3 a více magnetů očekávám chování, které bude připomínat chaos
  - Průběh simulované trajektorie se s experimentem shodovat úplně nemusí
    - Rázy nevázaných dvou lehce odlišných lineárních harmonických oscilátorů
  - Může být potřeba najít stabilnější charakteristiky (inspirace viz např. loňský *Kapající kohoutek*)

Očekávání aneb co lze v úloze řešit

- Jaké otázky si můžeme položit
  - V čem se liší magnetická houpačka od klasického rázostroje?
  - V čem se liší magnetická houpačka od lineárních lineárně vázaných harmonických oscilátorů?
  - Jaké režimy pohybů mohou nastat? Proč? Za jakých podmínek je vybudíme?

- Pokročilé
  - Co se bude měnit (a proč), budeme-li systém zesložiťovat (pohyb mimo rovinu, větší výchylky)
  - Co se bude dít při hodně velkém počtu magnetů?
  - Jaký je vliv případného tlumení? Jaké jsou mechanismy tlumení oscilací?

- Pro opravdové fajnšmekry (nad rámec zadání)
  - Kruhové uspořádání simulující periodické okrajové podmínky

Různé

- Typ úlohy
  - Očekává se teorie ⇒ chce to člena družstva, který je schopen se vypořádat s numerickým řešením pohybových rovnic

- Literatura
  - Knihovnička/studijní texty Fyzikální olympiády
    - Harmonické kmity mechanických soustav
    - Diferenciální počet ve fyzice
    - Diferenciální rovnice
    - Modelování pohybů numerickými metodami
    - Modelování fyzikálních dějů numerickými metodami

Na závěr

- Postup od nejjednoduššího ke složitějšímu
  - Začátek = 2 magnety, velmi slabá vazba
    - Ekvivalent slabé poruchy lineárních lineárně vázaných harmonických oscilátorů
  - Přibližování magnetů, zvětšování počtu magnetů, ...

- Obzvlášť u nelineárních systému se někdy může snáze popsat opačný případ
  - Jak se bude chovat mnoho magnetů blízko u sebe?