

# 2. Elektrické tlumení

Filip Křížek krizek@ujf.cas.cz

*Magnet zavěšený na pružině koná po vychýlení jednoduchý harmonický pohyb. Pokud magnet osciluje uvnitř cívky připojené k rezistoru, bude jeho pohyb tlumený. Prozkoumejte faktory, které toto tlumení ovlivňují.*

## Rozbor silového působení na magnet

$$F = F_{\text{elastická}} + F_{\text{mag. tlumení}} + F_{\text{tření}}$$

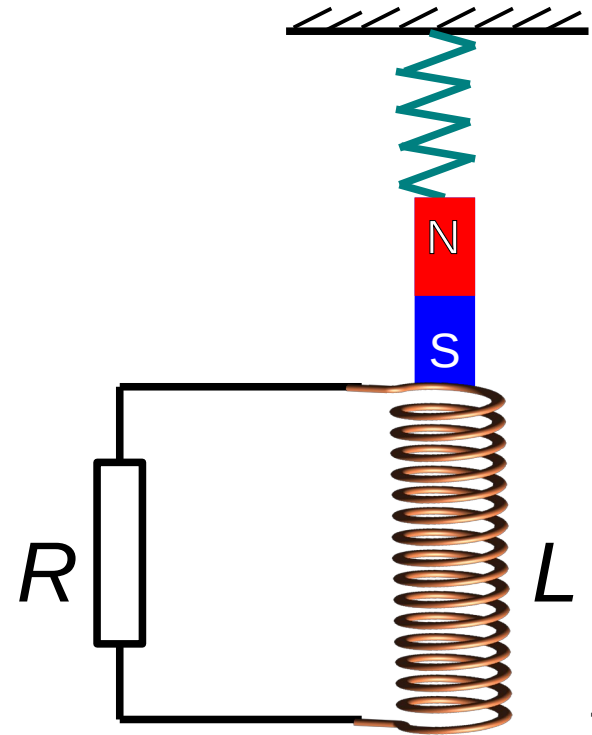
$F_{\text{elastická}} = -k y$  ..... síla od pružiny vracející magnet do rovnovážné polohy

$k$  .... tuhost pružiny

$y$  .... výchylka z rovnovážné polohy

$F_{\text{mag. tlumení}}$  ..... tlumící magnetická síla vyvolaná proudem indukovaným v elektrické cívce

$F_{\text{tření}}$  .... třecí síly (pro vzduch patrně  $F_{\text{tření}} < F_{\text{mag. tlumení}}$ )



# Na kterých parametrech by mohlo tlumení záviset?

- $L$ ,  $R$  obvodu
- Rozdíl mezi polohou středu cívky a rovnovážnou polohou magnetu na pružině
- Natočení osy magnetu vzhledem k ose cívky

A možná i nějaké jiné

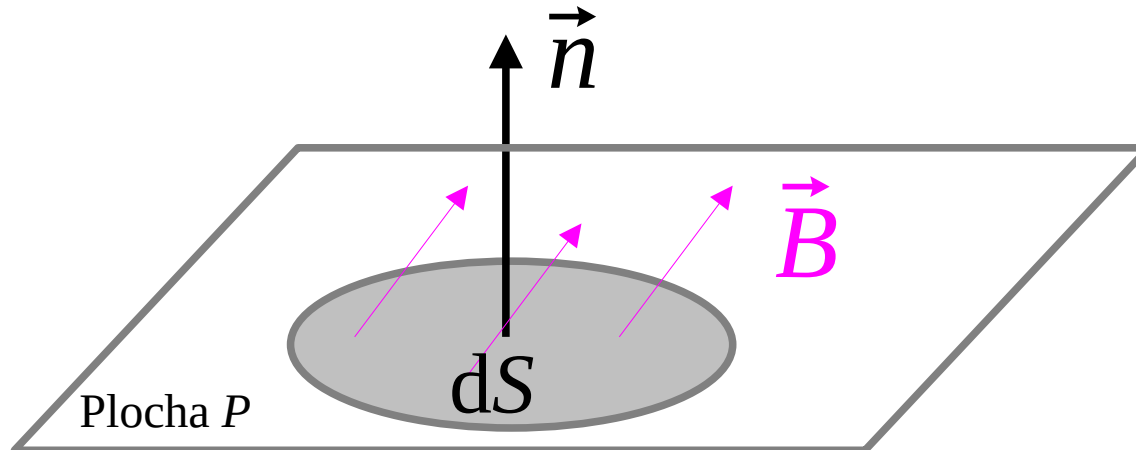
# Magnetický indukční tok

$$\Phi = \int_P \vec{B} \cdot \vec{n} \, dS$$

Integrál, tj. součet přes všechny části  $dS$  plochy  $P$

Skalární součin vektoru magnetické indukce  $\mathbf{B}$  a normálového vektoru  $\mathbf{n}$  k ploše  $dS$

malá část plochy  $P$



# Faradayův zákon elektromagnetické indukce

$$U = - \frac{d\Phi}{dt}$$

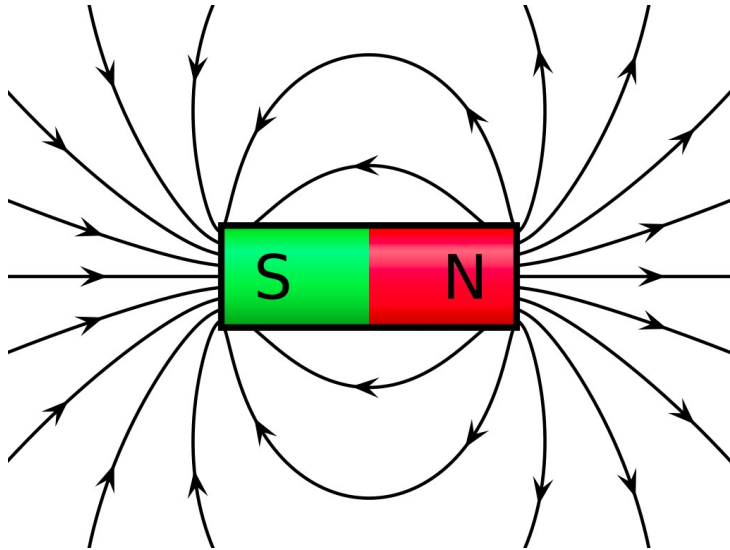
indukované elektromotorické napětí

časová změna magnetického indukčního toku

## Lenzovo pravidlo

magnetické pole vytvořené indukovaným elektrickým proudem se snaží kompenzovat změny magnetického toku, které jsou odpovědné za vznik indukovaného proudu

# Pole permanentního magnetu



Pole magnetického dipólu ve vzdálenosti  $r$ , která je **výrazně větší** než rozměr magnetu

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( 3\mathbf{r} \frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{m}}{r^3} \right)$$

vektor magnetického dipólového momentu

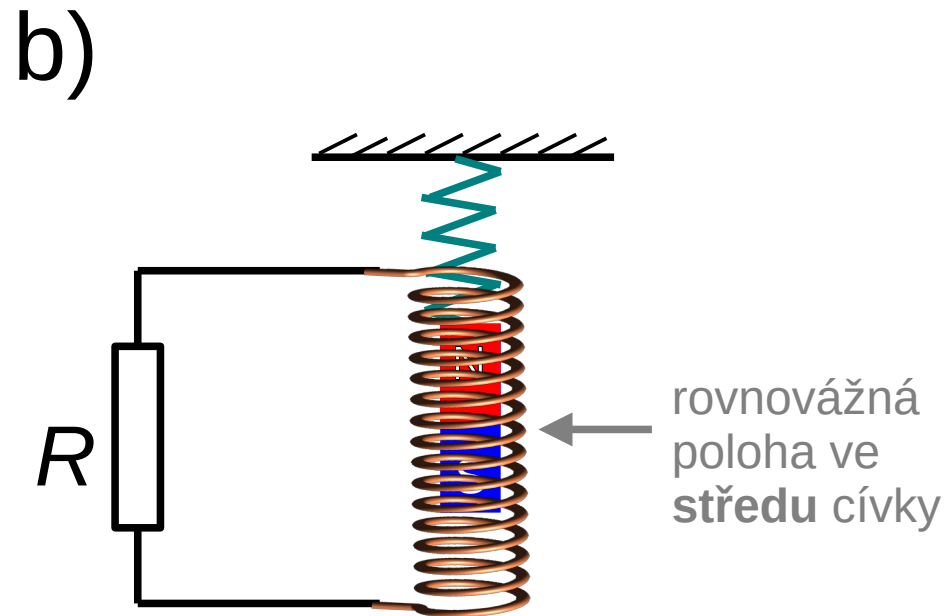
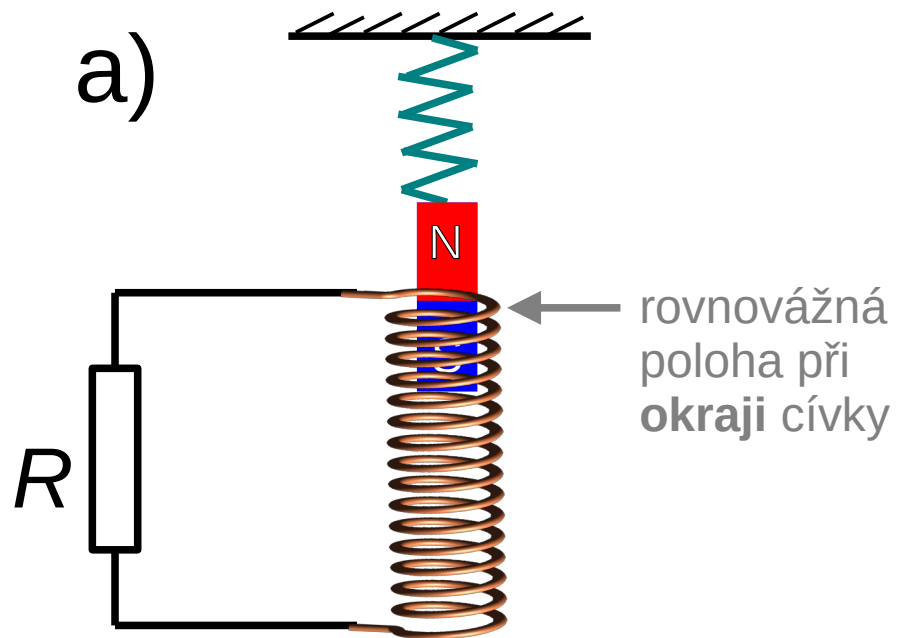
$$\mathbf{m} = I \mathbf{S}$$

$\mathbf{S}$  orientovaná plocha

$I$  proud obtékající plochu

S ohledem na reálné proporce, lze očekávat složitější tvar pole

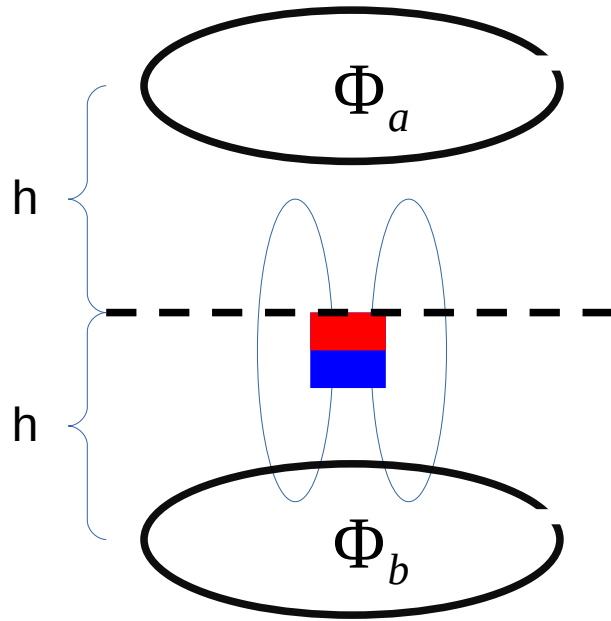
# Ve které konfiguraci lze očekávat větší tlumení?



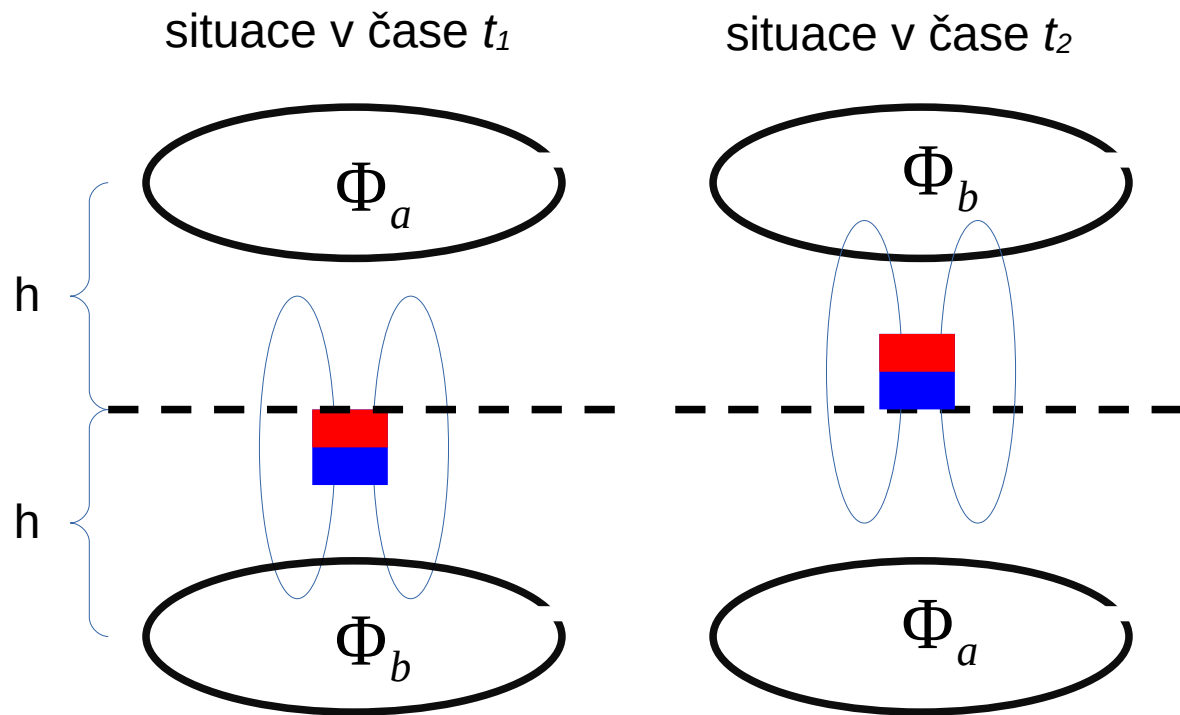
Magnet,  $R$ ,  $L$ , pružina a počáteční výchylka jsou pro a) a b) identické

Jaké napětí bude indukováno v závitech umístěných  
**symetricky** vzhledem ke **středu** magnetu?

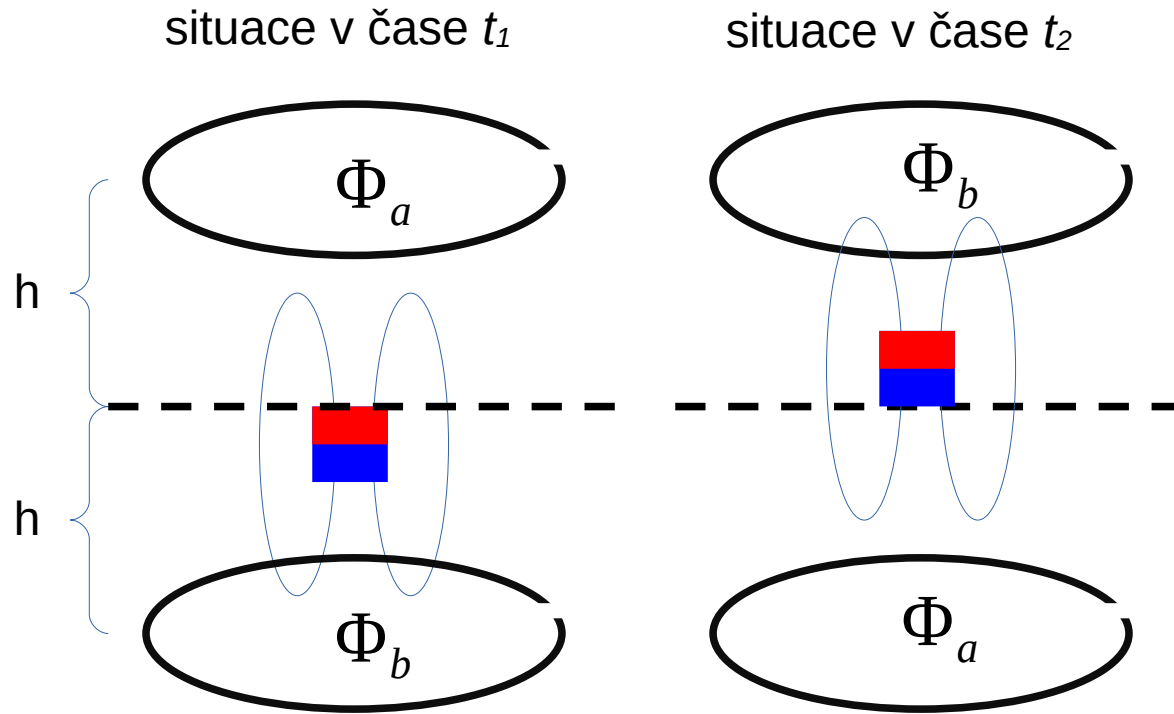
situace v čase  $t_1$



# Jaké napětí bude indukováno v závitech umístěných **symetricky** vzhledem ke **středu** magnetu?



# Jaké napětí bude indukováno v závitech umístěných **symetricky** vzhledem ke **středu** magnetu?



Napětí na horním závitu:

$$U_H = - \frac{\Phi_b - \Phi_a}{t_2 - t_1}$$

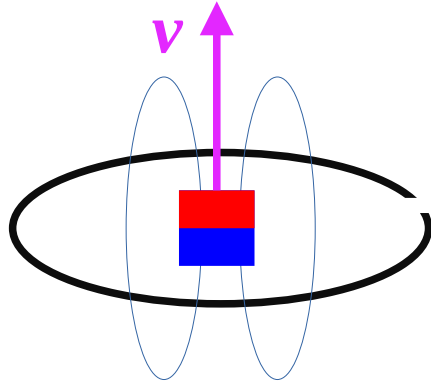
Napětí na dolním závitu:

$$U_D = - \frac{\Phi_a - \Phi_b}{t_2 - t_1}$$

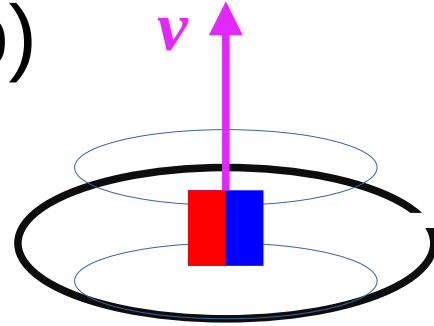
Napětí na závitech umístěných symetricky vůči středu magnetu se bude kompenzovat!

# Jaká orientace magnetu bude indukovat větší napětí?

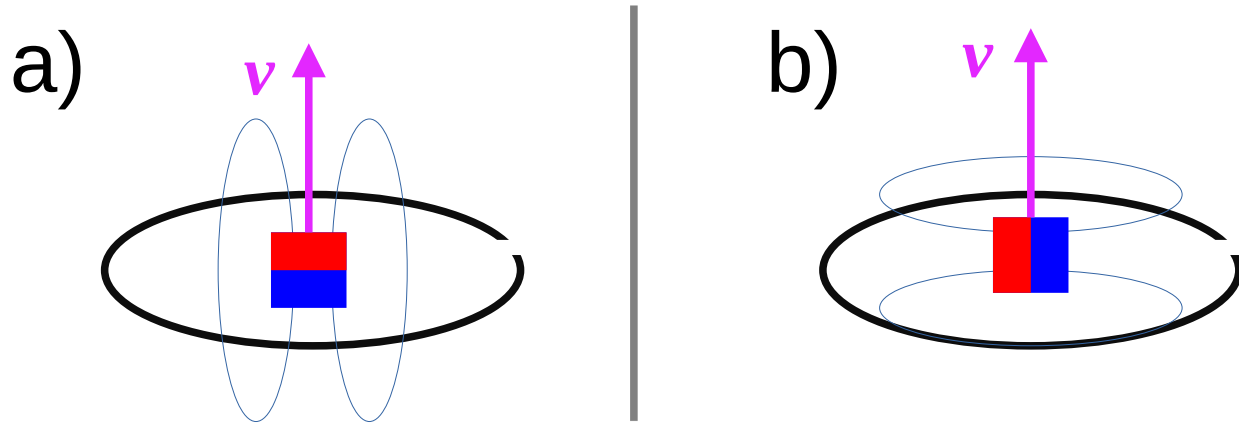
a)



b)



# Jaká orientace magnetu bude indukovat větší napětí?

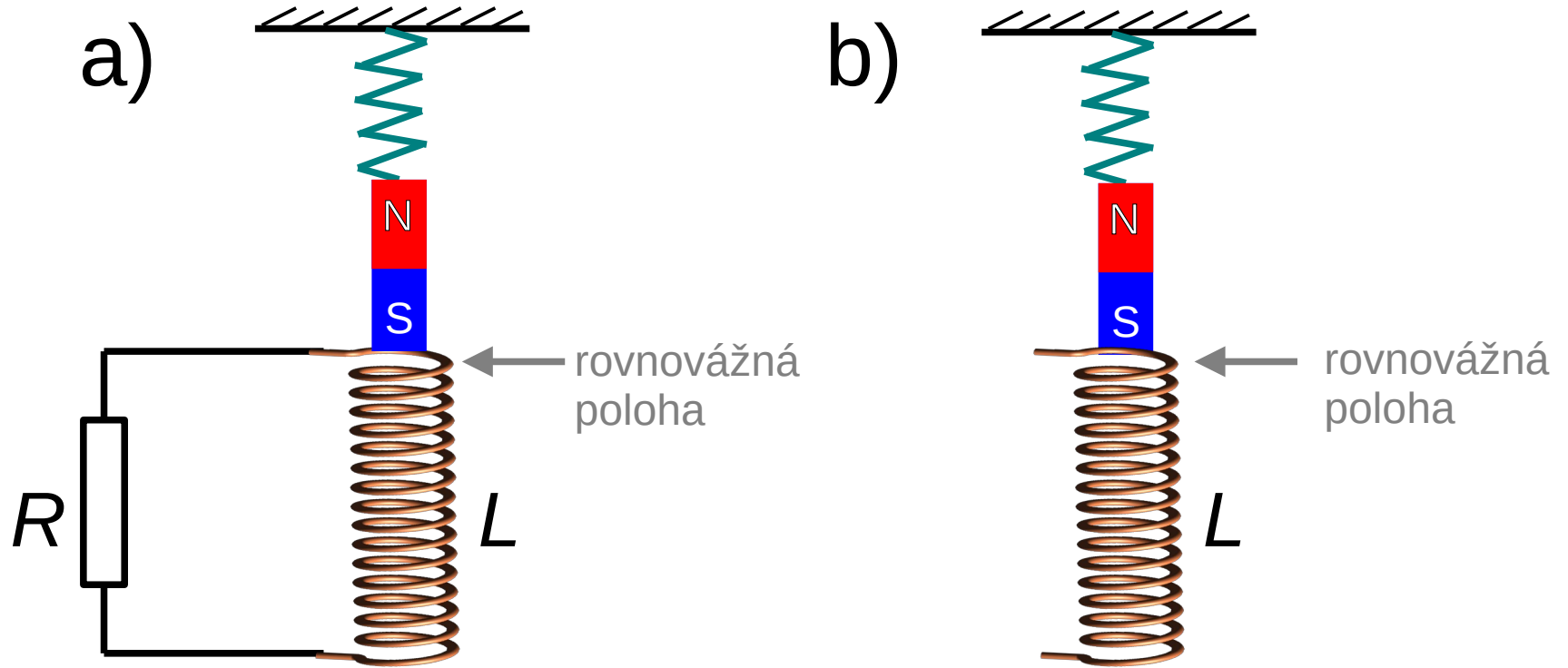


$$\Phi = \int_P \vec{B} \cdot \vec{n} \, dS$$

Pro  $\vec{B} \parallel \vec{n}$  je  $\Phi$  maximální

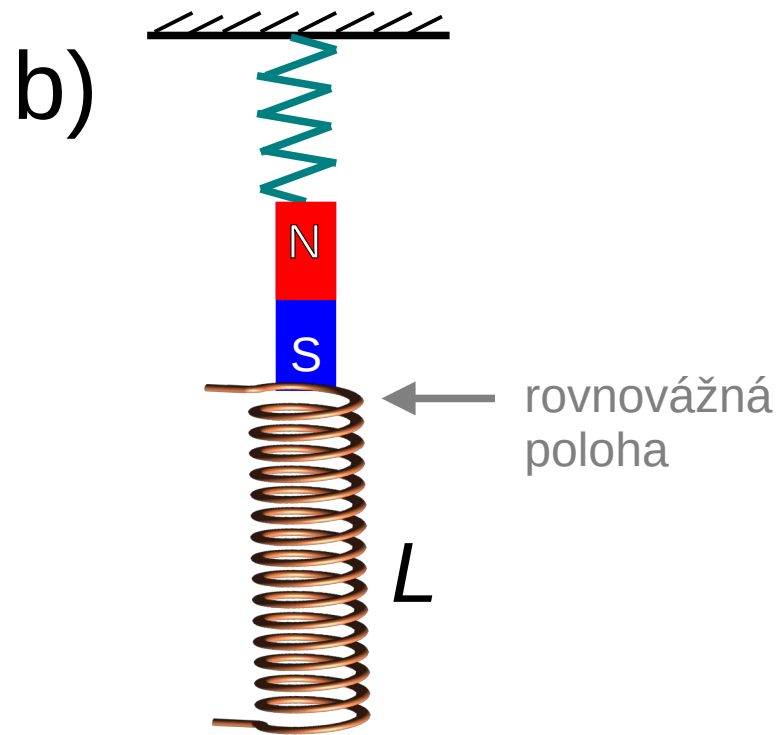
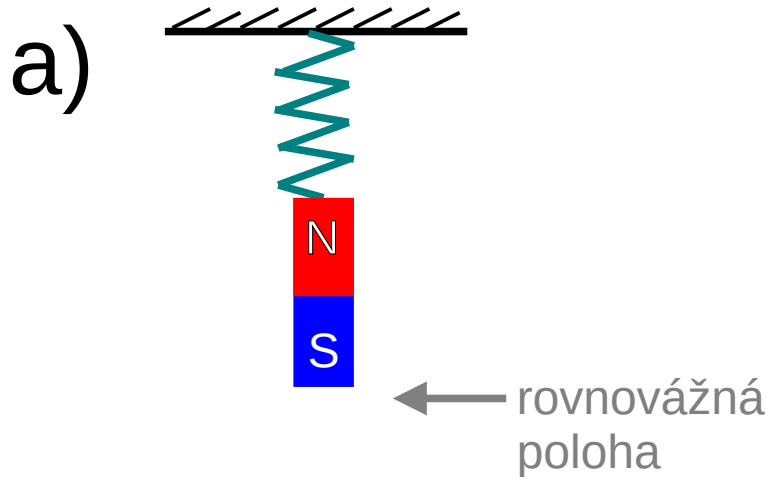
Pro  $\vec{B} \perp \vec{n}$  je  $\Phi = 0$

# Ve které situaci bude větší tlumení?



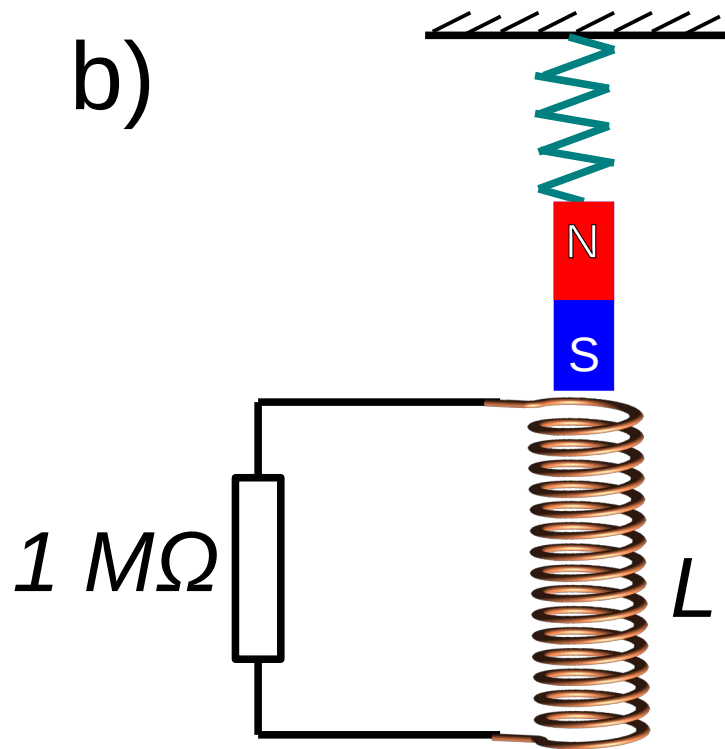
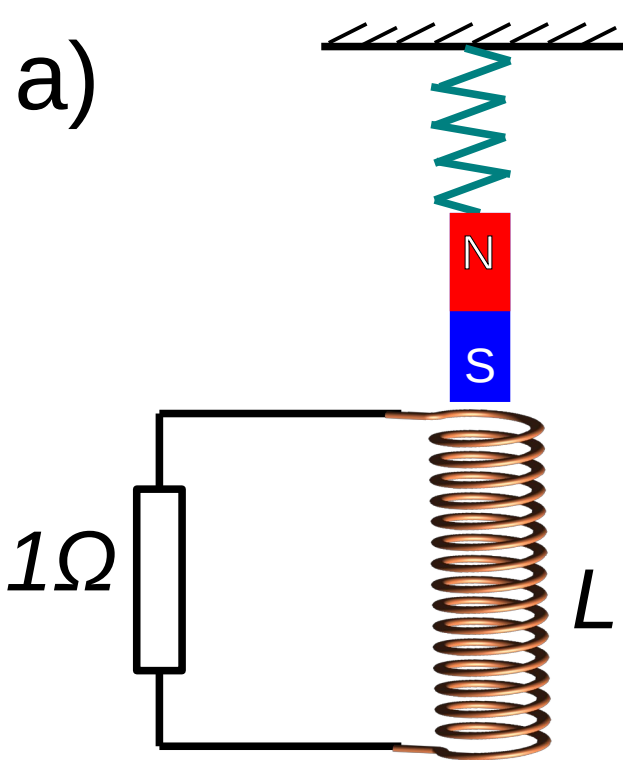
Magnet,  $L$ , pružina, rovnovážná poloha a počáteční výchylka jsou pro a) a b) identické 9

# Ve které situaci bude větší tlumení?



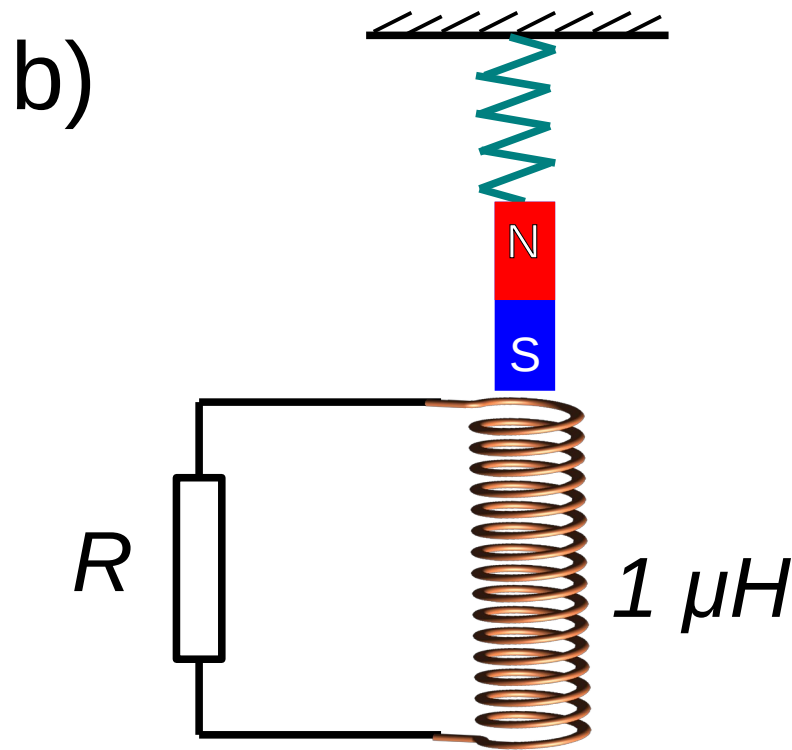
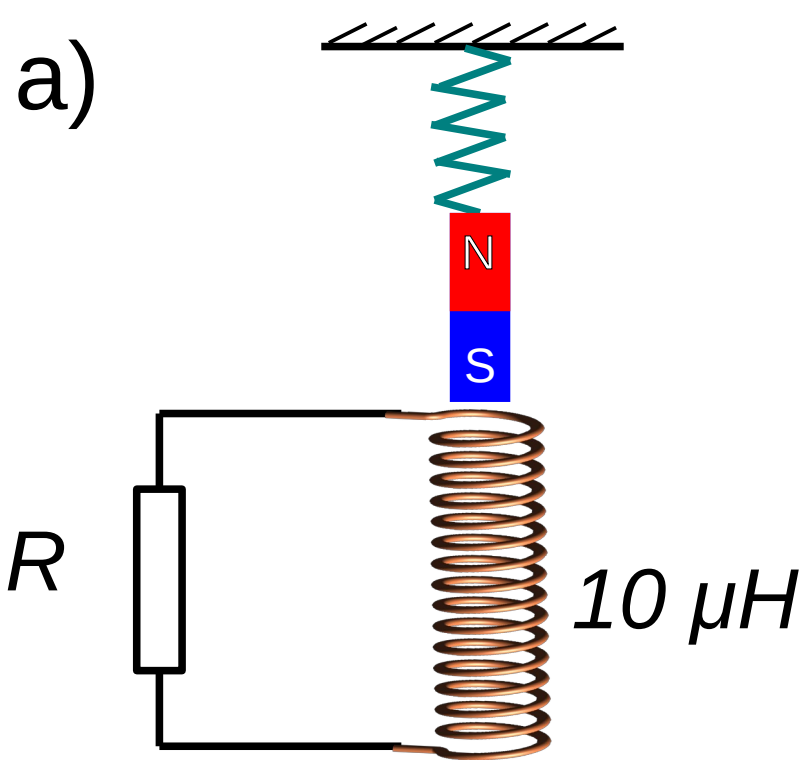
Magnet, pružina, rovnovážná poloha a počáteční výchylka jsou pro a) a b) identické

# Ve které situaci bude větší tlumení?



Magnet,  $L$ , pružina, rovnovážná poloha a počáteční výchylka jsou pro a) a b) identické

# Ve které situaci bude větší tlumení?



Magnet,  $R$ , pružina, rovnovážná poloha a počáteční výchylka jsou pro a) a b) identické

Pozor reálné cívky budou mít také vnitřní odpor, nezapomeňte jej změřit.

# Vlastní indukčnost cívky

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 S}{l}$$

$\mu_0$  permeabilita vakua

$\mu_r$  permeabilita jádra cívky (v našem případě jádro tvoří vlastně magnet)

$N$  počet závitů

$S$  plocha závitů

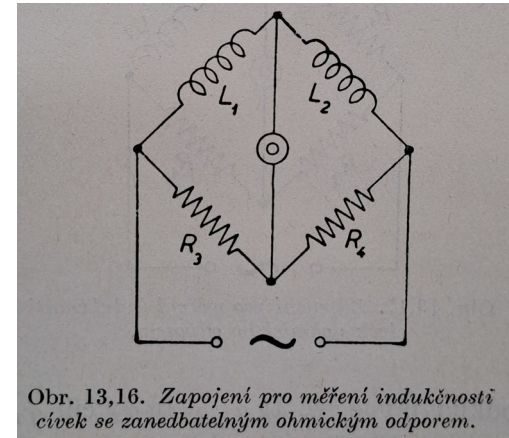
$l$  délka cívky

Měření  $L$  standardním multimetrem obvykle není možné, protože většina základních modelů tuto funkci nemá.

- LCR měřič

- Wheatstoneův můstek (pro cívky bez odporu)  $L_1 : L_2 = R_3 : R_4$

[Petržílka, Šafrata: Elektřina a magnetismus]



Obr. 13,16. Zapojení pro měření indukčnosti cívek se zanedbatelným ohmickým odporem.

# Tlumené kmitání za předpokladu, že odporová síla je úměrná rychlosti

$$F = -k y - \beta v \quad \rightarrow \quad m \ddot{y} = -k y - \beta \dot{y}$$

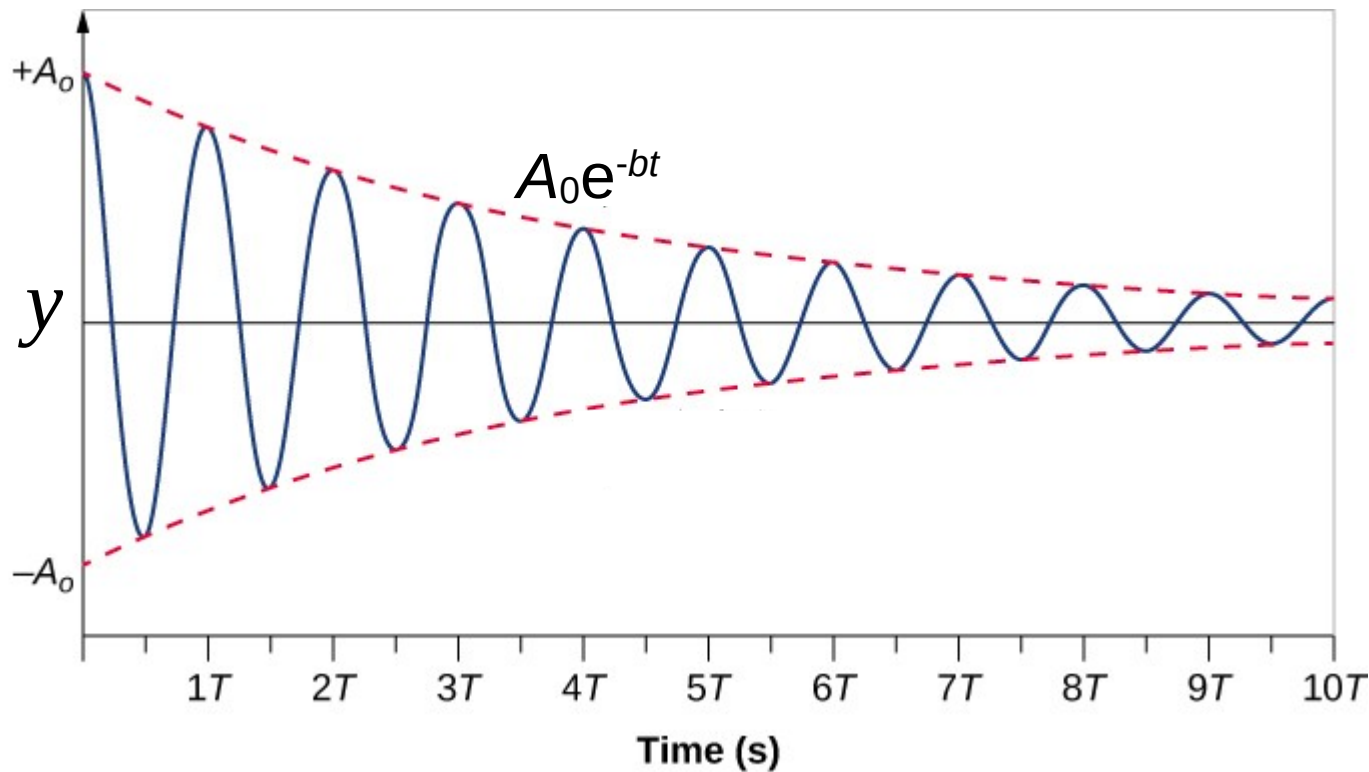
Označme  $\beta/m = 2b$  a  $k/m = \omega^2$   $\omega$  je úhlová frekvence netlumeného oscilátoru

$$\ddot{y} + 2b \dot{y} + \omega^2 y = 0$$

Řešení  $y = A_0 e^{-bt} \cos(\omega_1 t)$

$A_0$  je počáteční výchylka a  $\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - b^2}$  je úhlová frekvence tlumeného osc.

# Tlumené kmitání



$$y = A_0 e^{-bt} \cos(\omega_1 t)$$

Podíl výchylek po 1 periodě  
je konstantní a roven

$$e^{\frac{-2\pi b}{\omega_1}} \quad \text{útlum}$$

- Průchod rovnovážným bodem je periodický a opakuje se po  $T/2 = \pi/\omega_1$
- Vzdálenost mezi maximy není přesně rovna periodě
- Kam se ztrácí energie v obvodu?

# Zpracování

- **Teorie:**

Elektromagnetická indukce,

popis tlumeného oscilátoru,

identifikace relevantních parametrů a fyzikální zdůvodnění

jejich výběru

- **Experiment:**

Hodnoty vstupních parametrů (tuhost pružiny,  $R$ ,  $L$ , ...)

Dokumentace metodiky měření (fotografie/schéma aparatury)

Analýza tlumených kmitů