

Vynalezněte sami (Invent Yourself)

Zadání úlohy: Construct a simple seismograph that amplifies a local disturbance by mechanical, optical or electrical methods. Determine the typical response curve of your device and investigate the parameters of the damping constant. What is the maximum amplification that you can achieve?

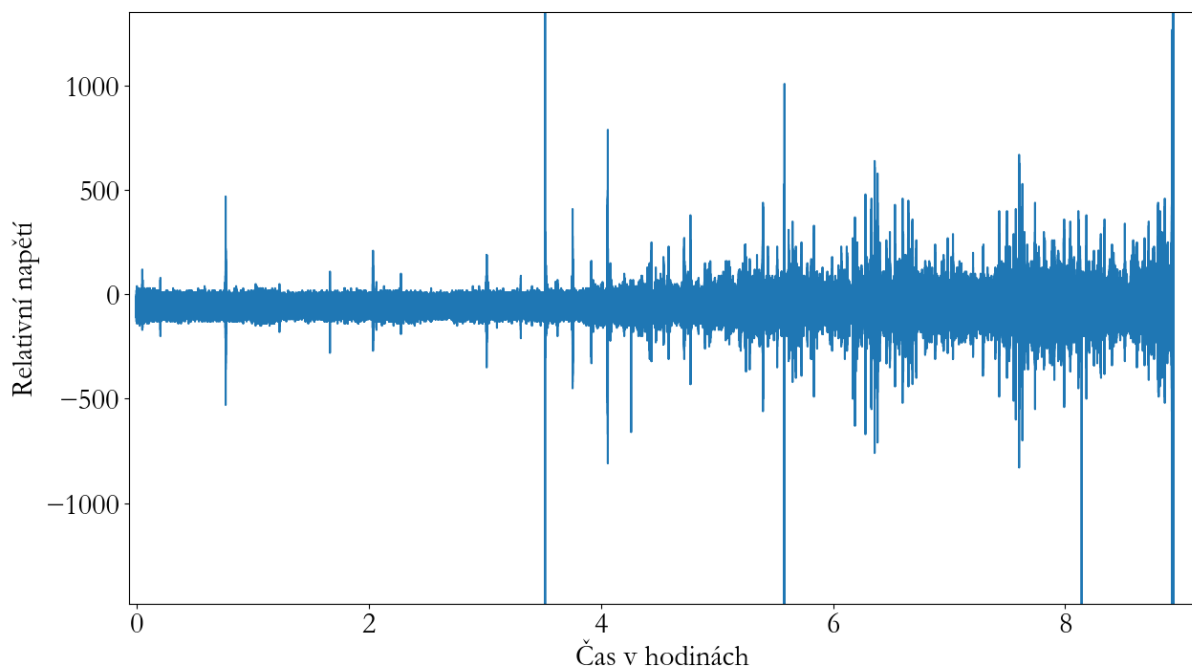
Sestavte jednoduchý seismograf, který zesiluje lokální výchylky mechanickými, optickými nebo elektrickými metodami. Zjistěte typickou odezvousou křivku svého zařízení a prozkoumejte parametry určující konstantu tlumení. Jakého maximálního zesílení jste schopni dosáhnout?

Úvod

V rámci naší práce se zabýváme konstrukcí seismografu, tj. zařízení zaznamenávající mechanické vlnění zemského povrchu, konkrétně seismografu mechanického. Zabýváme se detekcí a zvětšením otřesů. Rovněž se zabýváme vlivem tlumící konstanty na funkčnost seismografu.

Vytvořili jsme zařízení, které zaznamená pouhý výskok ve vzdálenosti 100 m venku od křídla budovy, ve které je seismograf umístěn.

V následujícím grafu je vidět dlouhodobý noční záznam, spuštěný dálkově právě o půlnoci. Je krásně pozorovatelné, jak kolem šesté hodiny narůstá v blízkosti budovy školy aktivita, která je zdrojem zemských otřesů. Velký pík je patrný před osmou hodinou, kdy ve škole začíná vyučování.

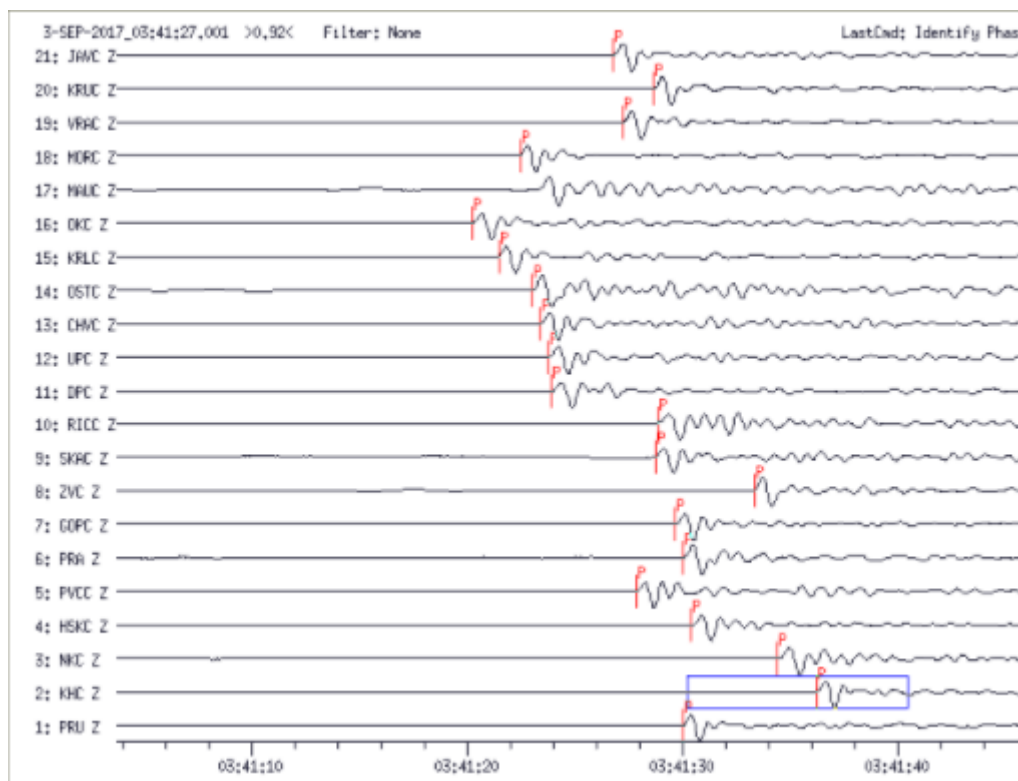


Charakteristika detekovaného vlnění

V závislosti na příčině vzniku otřesů, vzdálenosti od místa vzniku a geologické charakteristice přenosového média mezi zdrojem a detektorem rozeznáváme řadu typů zemětřesení, které se výrazně liší svými specifikacemi a projevy.

Největší dosah a ničivé účinky mají zemětřesení přírodní. Frekvence vlnění se liší v závislosti na intenzitě zemětřesení, podloží a mnoha dalších faktorech, ale typicky se pohybuje v intervalu 1-10 Hz. Nejvýznamnějším původcem přírodních otřesů je tektonická činnost, amplituda těchto kmitů se pohybuje od sotva detekovatelných jednotek mikrometrů po desítky metrů (Velké chilské zemětřesení 22. 5. 1960 – 9.5 M_W). Zemětřesením též doprovází sopečnou činnost a část otřesů je způsobena sesuvy půdy.

Významným tvůrcem otřesů je též lidská činnost. Od obrovských otřesů způsobených detonacemi jaderných a termojaderných zbraní, které mají co do dosahu a intenzity blízko přírodním zemětřesením (viz obr. č. 1 – záznam zkoušky termojaderné bomby KLDK ze dne 3. 9. 2017 na seismografech české regionální seismické sítě). [1]



Obrázek 1- záznam zkoušky termojaderné bomby KLDK ze dne 3.9. 2017 na seismografech české regionální seismické sítě [https://www.ig.cas.cz/seismicke-vlny-po-jadernem-testu-v-severni-koreji-zaznamenany-na-uzemi-cr]

Otřesy způsobeny běžnějšími lidskými činnostmi (stavební práce, doprava, trhací práce apod.) mají charakteristicky mnohem menší dosah maximálně desítky kilometrů. Frekvence těchto oscilací je v rozsahu od 2 Hz až do 100 Hz.

Zemětřesení se v zemském tělese šíří prostřednictvím řady dílčích vln, které se liší v základních fyzikálních vlastnostech.

P-vlny (z angl. primary) jsou typem podélného vlnění, které je charakteristické vysokou rychlostí šíření v prostředí (největší z běžných seismických vln) a poměrně malými destruktivními účinky. Kombinace těchto vlastností je předurčuje k využití jejich detekce jako varovného prostředku před blížícím se zemětřesením. Systémy seismických stanic na tomto principu jsou v současné době vyvíjeny a testovány ve vyspělých částech světa s vysokým rizikem zemětřesení (Kalifornie, Japonsko). Vzhledem k dobrému šíření i v kapalných médiích (tekuté jádro) se hojně využívá ke studiu zemského tělesa.

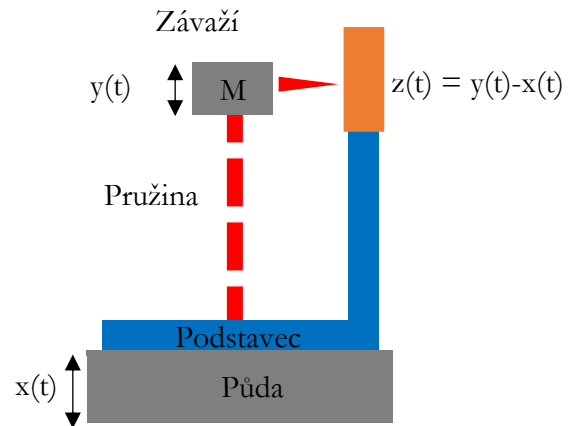
Dalším typem vln charakteristickým pro přírodní zemětřesení jsou **S-vlny** (z angl. secondary). Toto příčné vlnění osciluje kolmo vůči zemskému povrchu, kde má v blízkosti epicentra (kolmý průmět místa vzniku zemětřesení na zemský povrch) značné destruktivní účinky.

Na povrchu lze v průběhu zemětřesení rovněž rozpoznat Rayleighovy vlny a Loveovy vlny pro které jsou typické oscilace s komplikovaným průběhem s různými vektory oscilací.

Matematický popis

Matematický popis vysvětlíme na principu jednoduchého pružinového seismografu.

Pohybuje-li se půda $x(t)$, závaží se snaží zachovat svoji polohu $z(t)$. V důsledku toho vzniká na pružině protisíla úměrná $z(t)$ a tlumící síla přímo úměrná první derivaci $z(t)$.



Nechť je tuhost označena k a odporová konstanta C , poté matematicky vyjádříme následovně.

$$M\ddot{z}(t) = -C\dot{z}(t) - kz(t) - M\ddot{x}(t) \quad [1]$$

Pokud budeme měřit pohyb závaží cívkou, napětí na cívce je přímo úměrné rychlosti dle elementárních zákonů elektromagnetismu. Funkce napětí je tedy: $V(t) = -G\dot{z}(t)$

Převědeme-li rovnici na rovnici klasického tlumeného harmonického oscilátoru a provedeme-li dílčí matematické úpravy, dostaneme následující vztah.

$$\dot{V}(t) + 2\zeta\omega_0\dot{V}(t) + \omega_0^2V(t) = G\ddot{x}(t) \quad [2]$$

Tuto diferenciální rovnici již můžeme řešit jednou z numerických metod, zvolili jsme Eulerovu metodu s konstantním krokem, neboť rovnice nevykazují zvláštní citlivost na počáteční podmínky apod. Pokud uvažujeme periodický pohyb půdy: $x(t) = A \sin \omega t$, nabyde rovnice tvar:

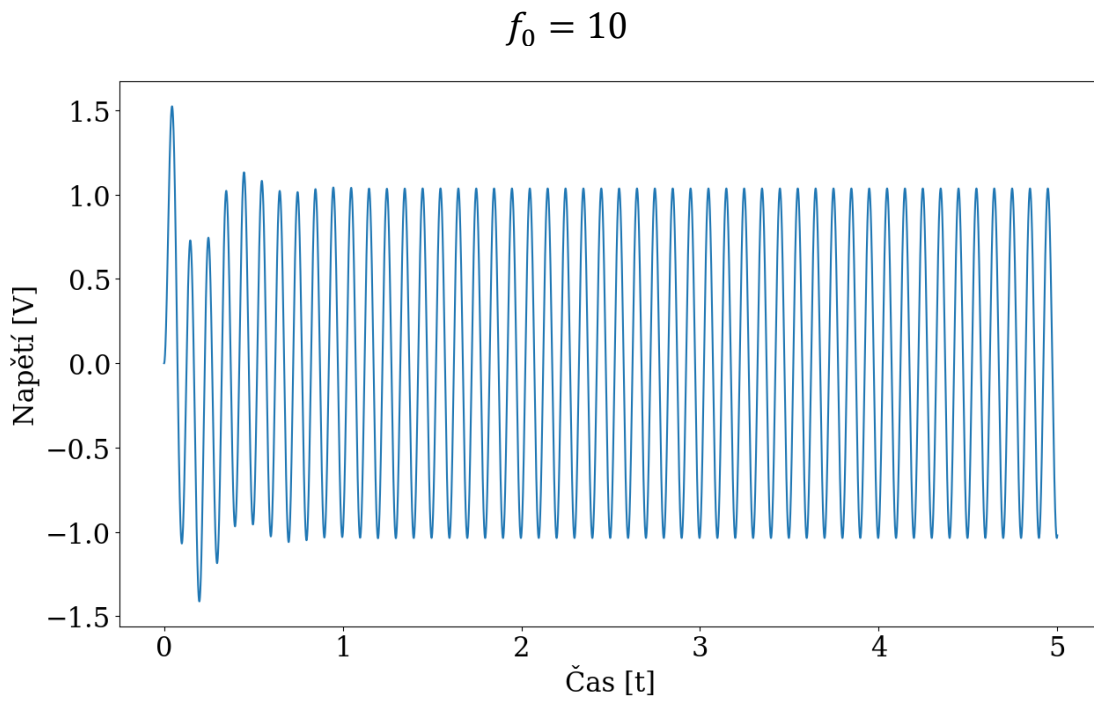
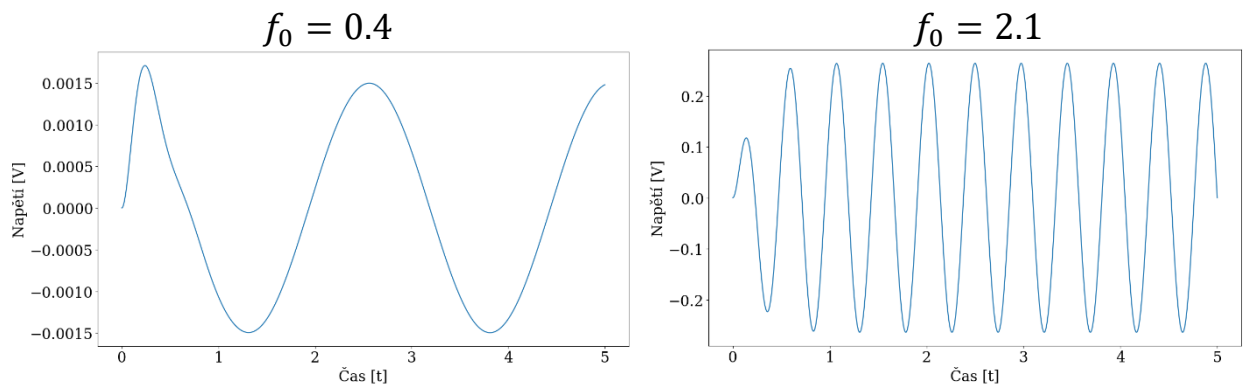
$$\dot{V}(t) + 2\zeta\omega_0\dot{V}(t) + \omega_0^2 \cdot V(t) = -G \cdot A \cdot \omega^3 \cos \omega t$$

Dále zobrazíme několik numerických řešení této rovnice, pokud se půda pohybuje periodicky se stejnou amplitudou, pro tři odlišné frekvence pohybu půdy. Jak je zřejmé, napětí roste s rychlostí \dot{x} , proto bude amplituda zaznamenaného napětí paradoxně vyšší, pokud je $\omega > \omega_0$, což sice odporuje charakteru klasické rezonanční křivky, ale je vysvětlitelné tím, že při vysoké frekvenci jsou derivace polohy v čase vyšší, například zde v rovnici vystupuje člen $(\omega^3 \cos \omega t)$ úměrný třetí mocnině z budící úhlové frekvence.

Jsou-li derivace polohy v čase vyšší, jsou i napětíové zisky vyšší a amplituda vybuzeného napětí **není** tedy nejvyšší, pokud je frekvence seismografu stejná jako frekvence buzení.

Uvažujeme-li tedy periodický pohyb půdy:

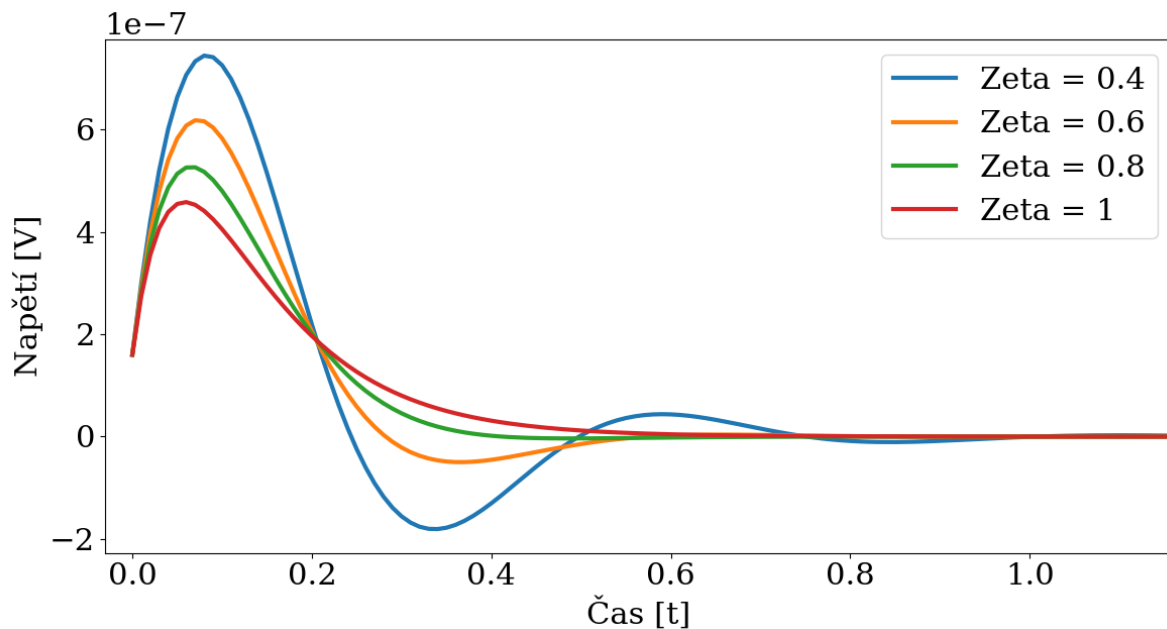
$$\omega_0 = 2\pi \cdot 2.1, \zeta = 0.4, G = 1.6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}, A = 0.1$$



Jak je z grafů dobře patrné, nejvyšší amplituda napětí vzniká pro nejvyšší amplitudu buzení.

Uvažujeme-li budící signál, který je stále nulový, pouze v čase $t = 0$ má nenulovou hodnotu, jsou výsledky následující:

Numerický jehlicový experiment, $\omega_0 = 2\pi \cdot 2.1$, $\zeta = 0.4$, $G = 1.6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, $A = 0.1$



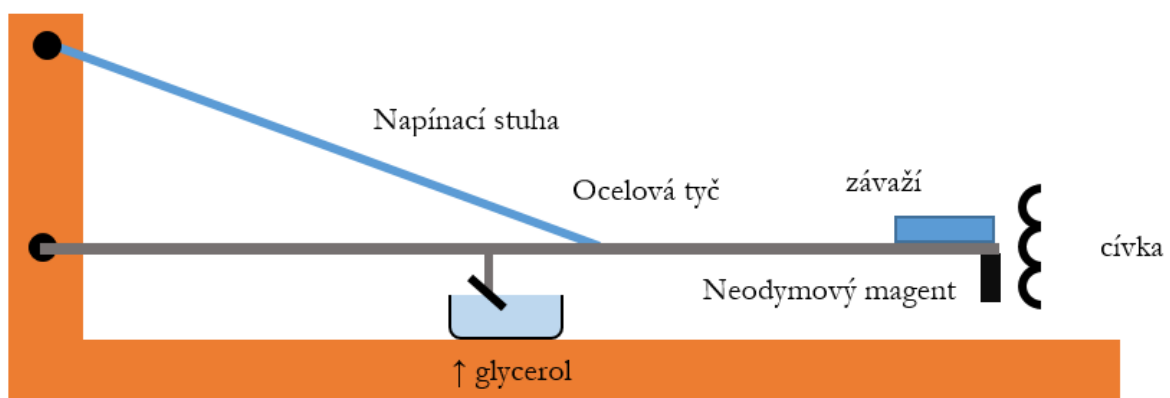
Experimentální část

Vzhledem k charakteru našeho zařízení, zabýváme se výhradně detekcí s-vln („příčné“ vlnění).

Popis zařízení

Mechanická část

V rámci řešení této úlohy jsme sestavili mechanický seismograf pákového typu. Mechanický detekční aparát tvoří (195 ± 1) cm dlouhá ocelová tyč, která je na jedné straně připevněna ke statické části aparatury tak, aby se mohla v ose pohybovat. Ve variabilní vzdálenosti l je tyč zavěšena prostřednictvím elastické stuhy.



Obrázek 2

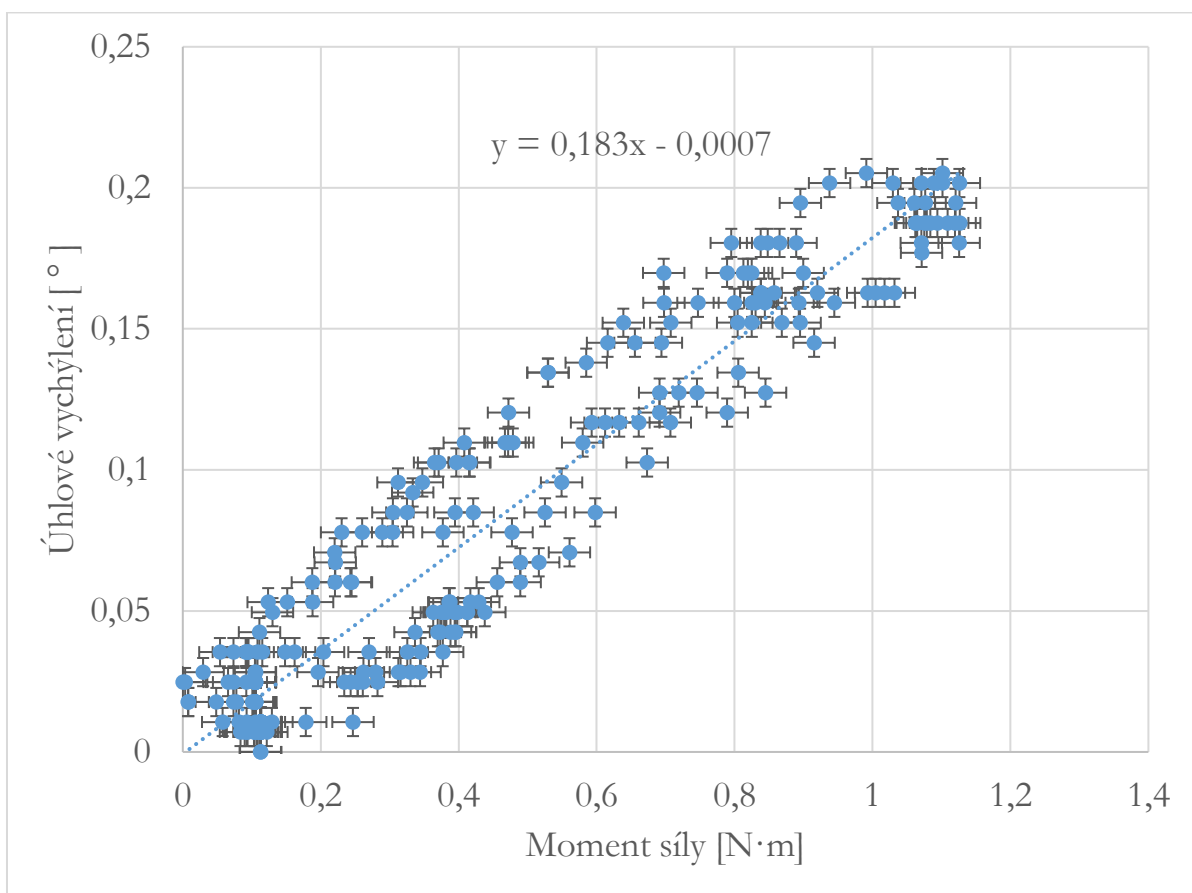
Na volném konci tyče se nachází závaží a silný neodymový magnet, který svým pohybem indukuje napětí v blízké cívce. Toto napětí můžeme velice přesně zaznamenávat pomocí PASCO senzoru napětí a proudu.

Stuha je spojena jezdcem s ocelovou tyčí, proto jsme teoreticky schopni lehce pozměnit vlastní frekvenci seismografu tímto způsobem.

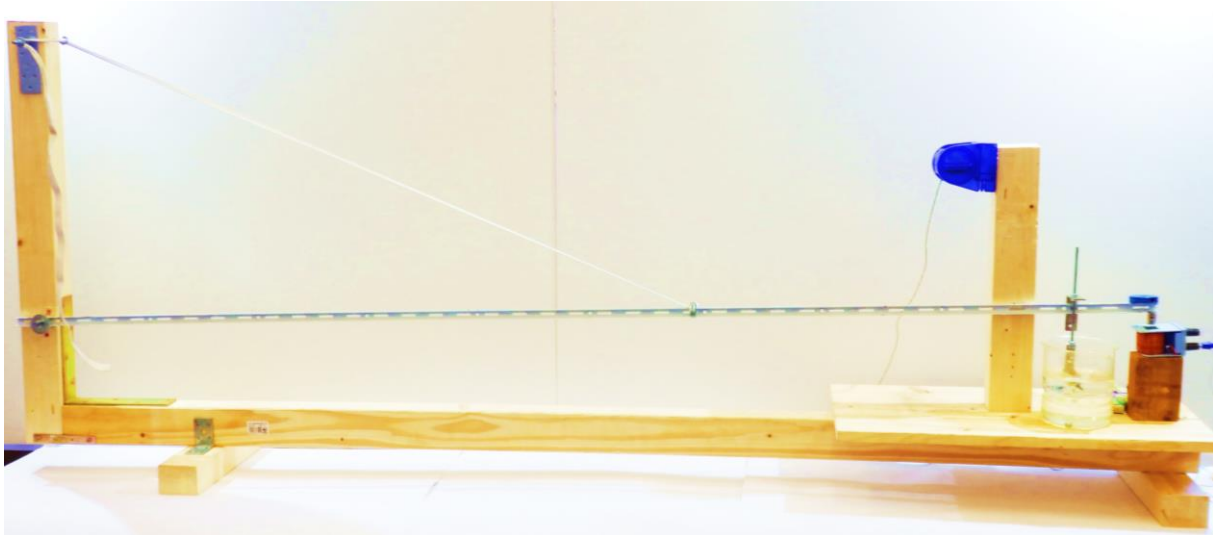
Za normálních podmínek je vlastní frekvence seismografu $f_0 = (2,1 \pm 0,1)$ Hz a konstanta tlumení $\zeta = (0,4 \pm 0,1)$.

Pomocí PASCO senzoru síly a vzdálenosti jsme proměřili tuhost gumové stuhy v základním nastavení:

Tuhost stuhy



V grafu jsou uvedeny výsledky několika experimentů. Zdá se, že naměřená závislost je velmi solidně lineární a hystereze materiálu není alarmující. Vzhledem k tomu, že se gumová stuha chová dle Hookova zákona, můžeme náš seismograf považovat za harmonický oscilátor.

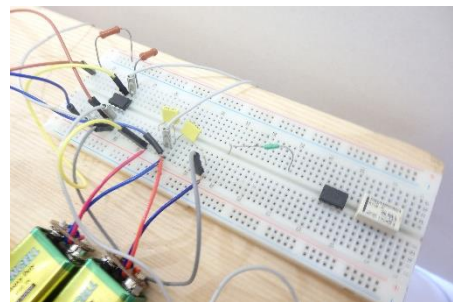


Obrázek 3

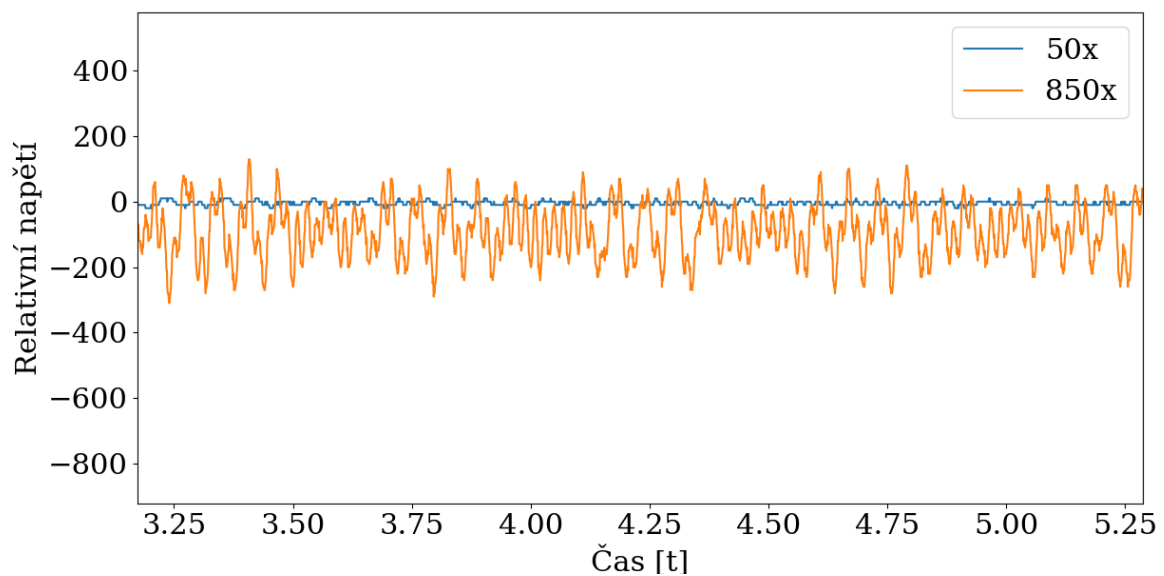
Zesílení

Abychom signál z cívky zesílili, použili jsme operační zesilovač v jednoduchém zapojení, poměrem dvou konkrétních rezistorů v obvodu jsme mohli měnit zesílení. Jelikož zesilujeme kladné i záporné napětí, používáme symetrický zdroj. Maximální zesílení, které jsme nastavovali, se pohybovalo kolem 850 x.

Je třeba podotknout, že s hodnotou zesílení rovněž roste hodnota šumu.



Obrázek 4

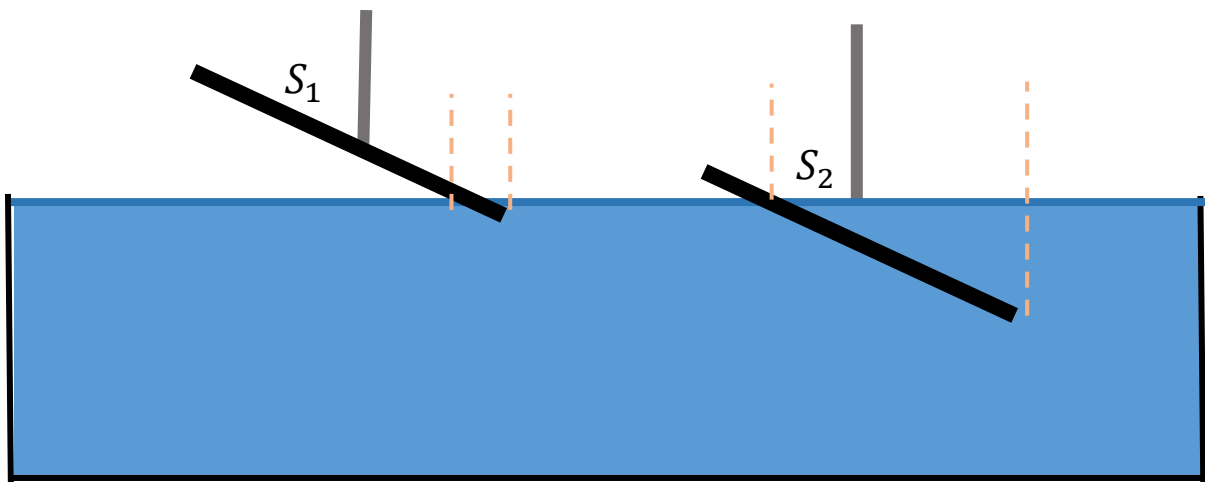


Tlumení

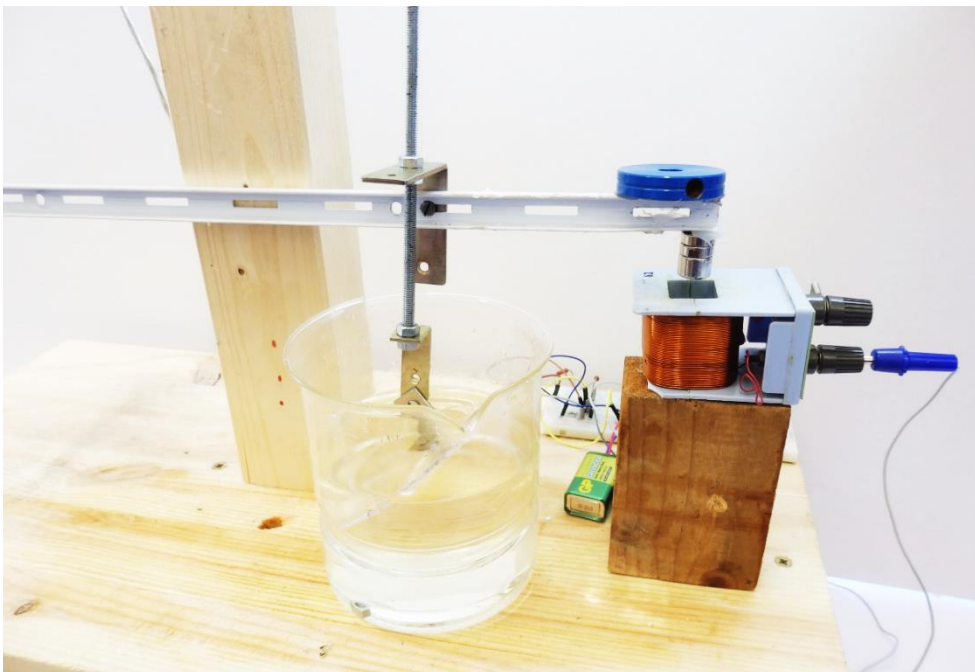
Tlumení je charakteristickou vlastností mechanického oscilátoru a velmi významně ovlivňuje detekci kmitů.

Existuje mnoho metod tlumení (Lorentzova síla magnetu v měděné trubce, hydrodynamicky, aktivně zpětnou vazbou). Vzhledem k poměrně vysoké hmotnosti pohyblivé části seismografu jsme se rozhodli pro tlumení kapalinou. Po prvotních experimentech jsme se rozhodli jako tlumící kapalinu použít viskózní glycerol, kde jsme na rozdíl od vody nepozorovali Faradayovy vlny a další jevy negativně ovlivňující experiment.

Seismograf jsme tlumili prostřednictvím nakloněného disku, který byl z části ponořen v glycerolu. Měněním poměru ponořené a neponořené části jsme díky náklonu disku efektivně měnili plošný průřez ponořené části a tím rovněž i intenzitu tlumení.



Obrázek 5

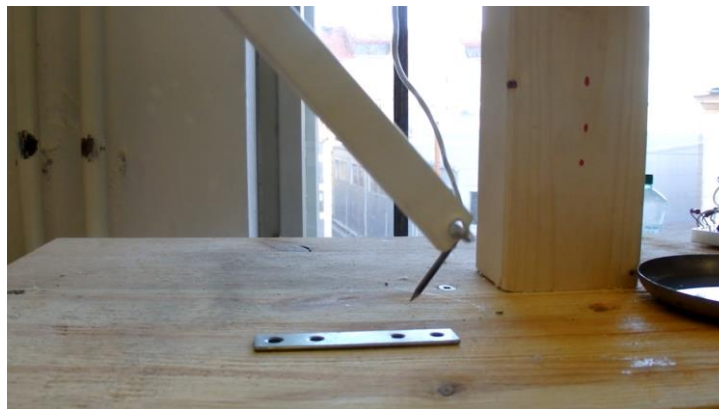


Obrázek 6

Impulsní odezva

Efekt tlumení na chování seismografu jsme prozkoumali proměřením impulsní odezvy systému pro různé hodnoty tlumícího koeficientu ζ .

Impulsní odezva je v ideálním případě reakcí na jehlicový impuls (tj. bodová výchylka z konstantní funkce). Experiment jsme prováděli prostřednictvím „kyvadla“ buzeného motorem, které jednou krátce udeřilo do podložky v těsné vzdálenosti seismografu a poté se opět vzdálilo, aby svou přítomností neovlivňovalo průběh měření. Experiment byl řízen skrze mikropočítač Arduino UNO. Celý seismograf byl po dobu experimentu postaven na dvou silných molitanových polštářích.

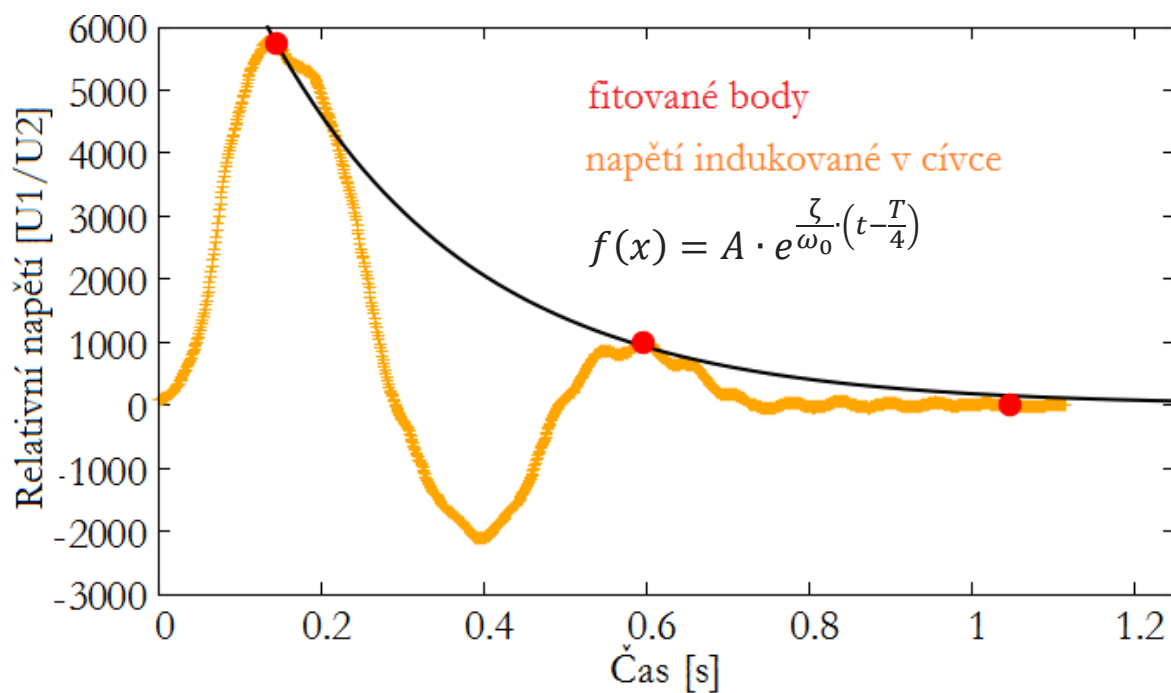


Obrázek 7

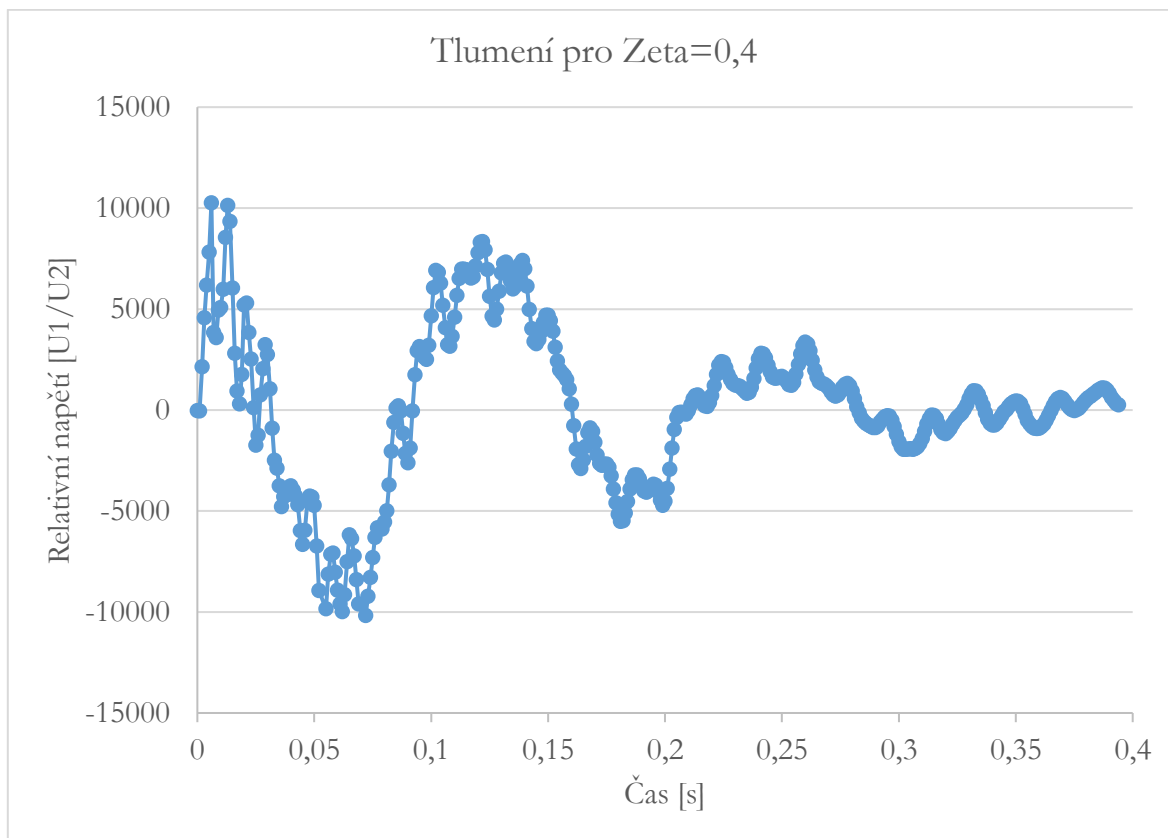
Koeficient ζ byl pro každé nastavení změřen z makroskopického kyvu ocelové tyče (v řádech centimetrů), které bylo zaznamenáno prostřednictvím magnetu a cívky PASCO senzorem napětí (bez zesilovače a EM šumu). V programu GNUplot jsme následně nafitovali body maximálních amplitud jednotlivých vlnových period obecnou rovnicí tlumení.

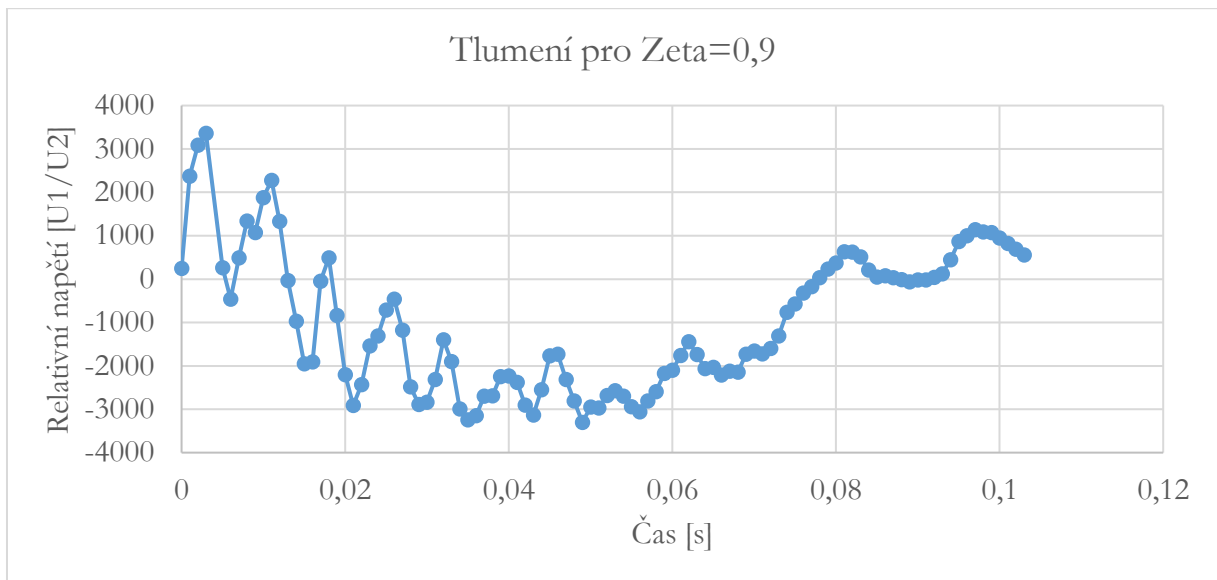
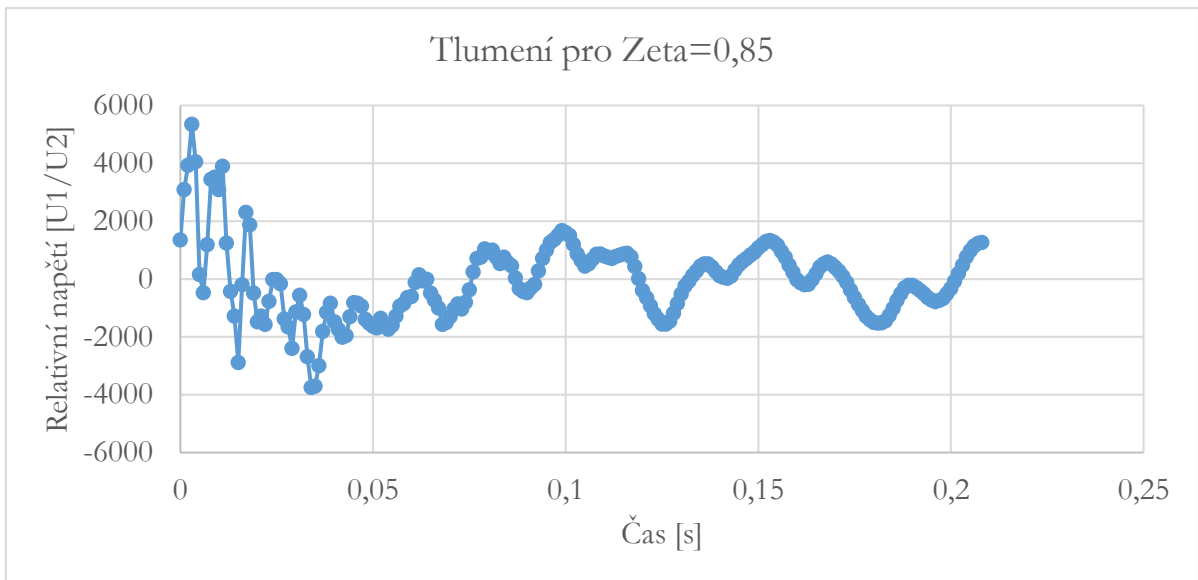
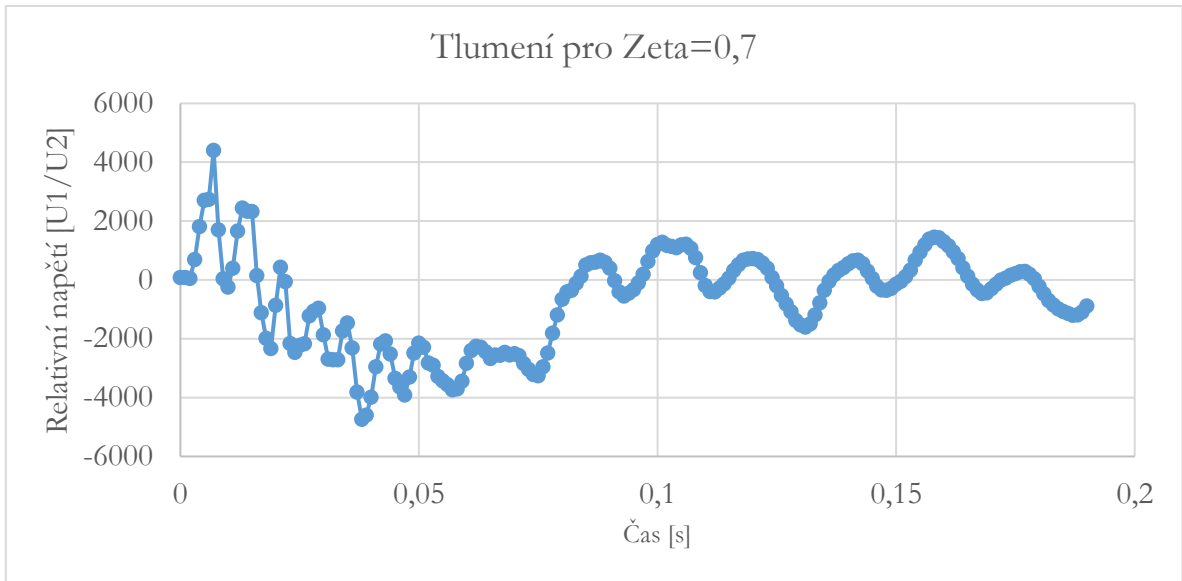
$$f(x) = A \cdot e^{\frac{\zeta}{\omega_0} \cdot \left(t - \frac{T}{4}\right)}$$

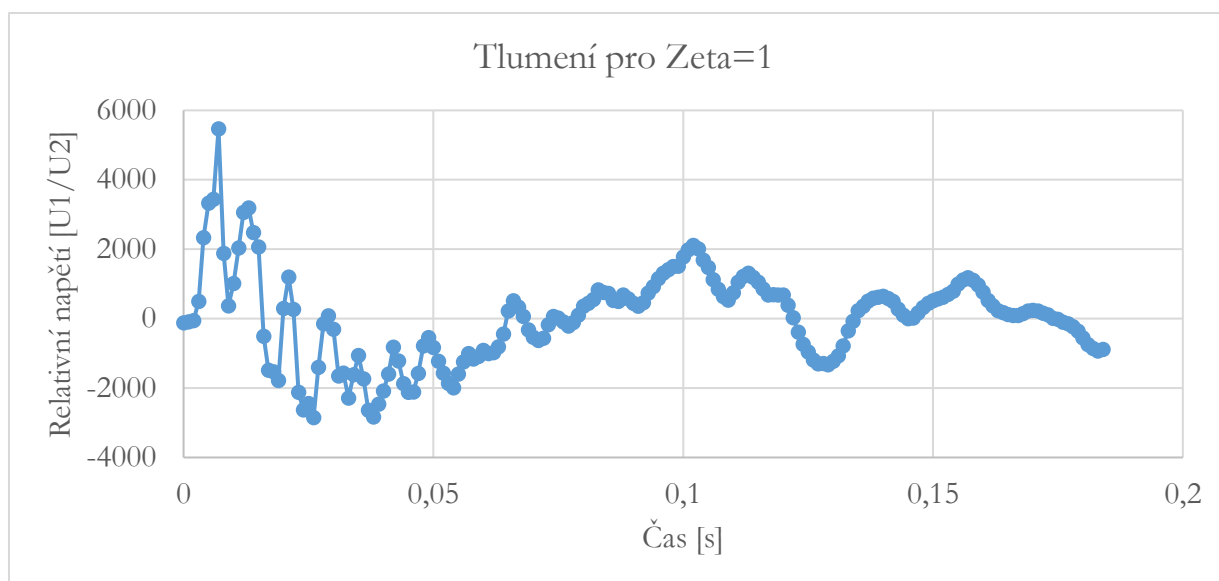
V případě, že z naměřené křivky samovolného tlumení nebylo možné rozpoznat alespoň tři hodnoty maximální amplitudy, body k fitování jsme doplnili o jednu hodnotou $A = \lim_{\rightarrow} 0$ m, která je vzdálena o jednu periodu od poslední nenulové amplitudy.



V následujících grafech je zaznamenaná odezva seismografu při různém tlumení (zvětšení 850x).







Z grafů je zřejmé, že se stoupajícím tlumením klesá čas potřebný k zastavení seismografu. Vzhledem k použité metodě je ovšem obtížné získat kvalitní číselná data. Experiment by bylo vhodné zopakovat na stabilizovaném optickém stole, případně na stole vibračním.

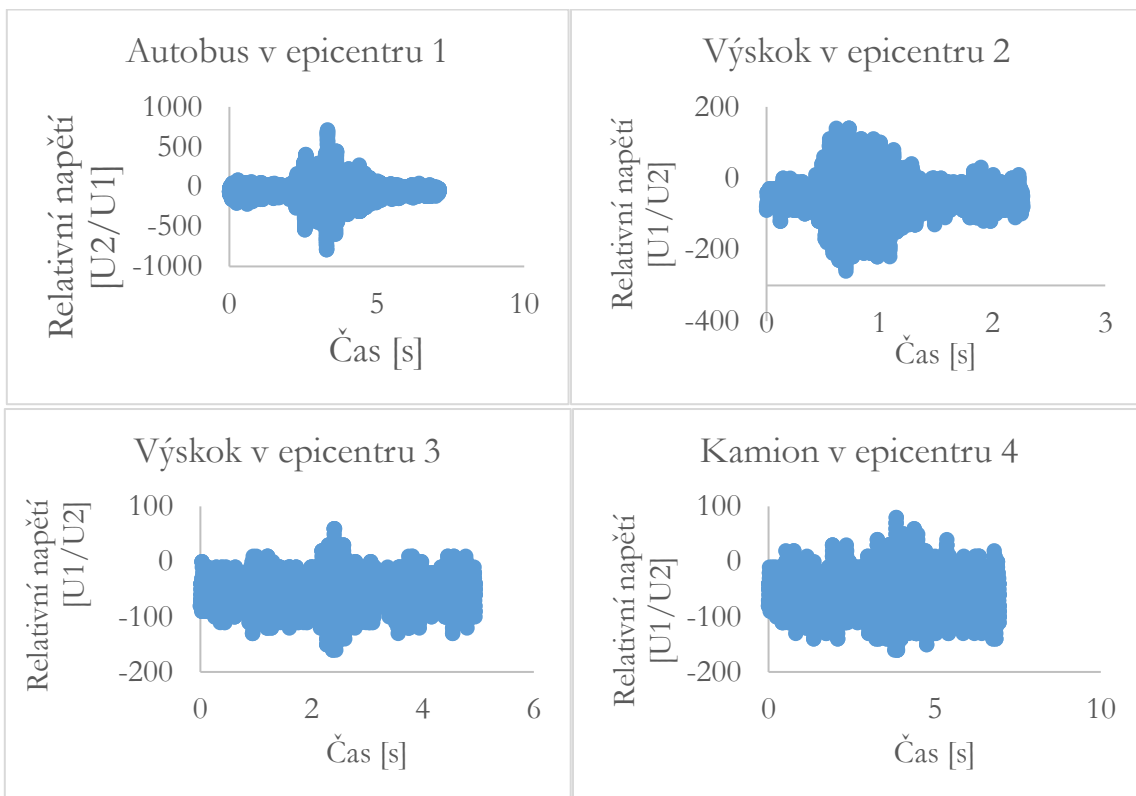
Již nyní máme přislíbeno od Geofyzikálního ústavu AVČR možnost využití speciálního, přesného vibračního stolu, díky kterému zcela profesionálně prozkoumáme charakteristiky našeho zařízení.

Konkrétní odezvy seismografu

Cílem dalších experimentů je demonstrace mimořádné citlivosti seismografu, který jsme sestavili. Abychom co nejvíce omezili vedlejší rušící vlivy (doprava, stavební činnost atd.) prováděli jsme měření v pozdních nočních hodinách. Na obrázku níže můžete vidět čtyři lokality, které byly epicentry vzniklých otřesů. Následuje kvarteto grafů popisujících výstup seismografu.

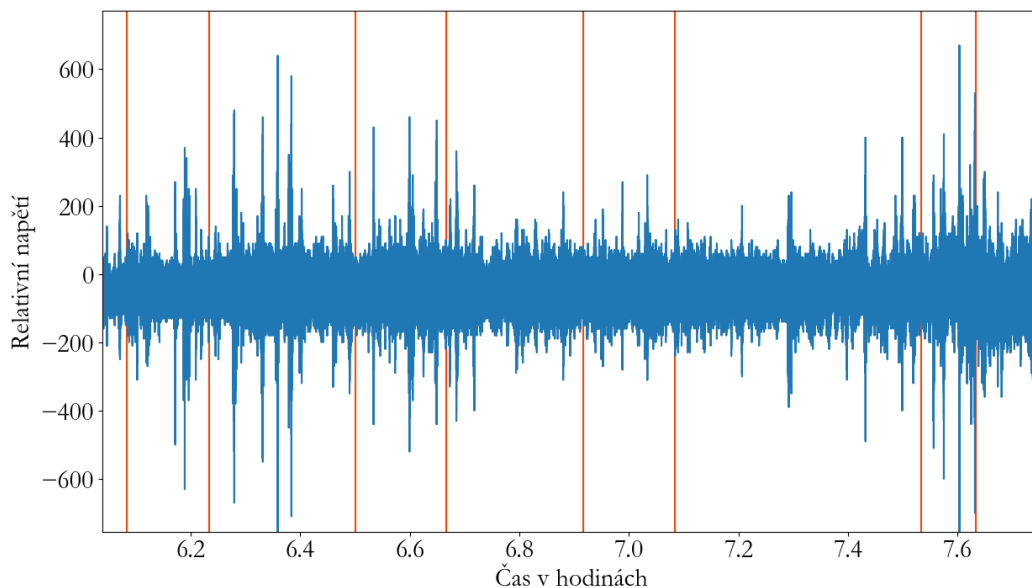


Obrázek 8



V pravém horním grafu můžeme vidět reakci seismografu na průjezd autobusu Karosa City bus 18M o hmotnosti 17,3 t rychlostí cca 40 km/h. Výsledky grafů 2 a 3 jsou pro netlumený výskok do výšky cca 50 cm při hmotnosti 65 kg. Kamion se pohyboval rychlostí rovněž cca 40 km/h a měl přibližnou hmotnost 20 t.

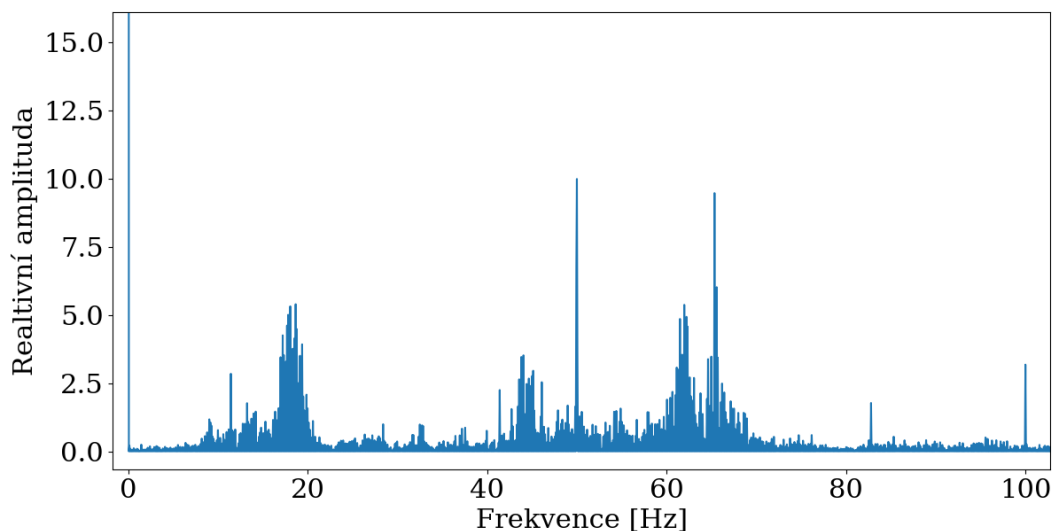
Dále jsme se pokusili analyzovat výřez prvního grafu této práce – oranžové přímkou symbolizují čas, kdy do místního nádraží přijížděl nebo odjížděl vlak dle dostupných dat SŽDC. Je vidět, že de facto každá oranžová přímka leží na píku, případně v jeho těsné blízkosti (zpoždění apod.).



Šum zesilovače

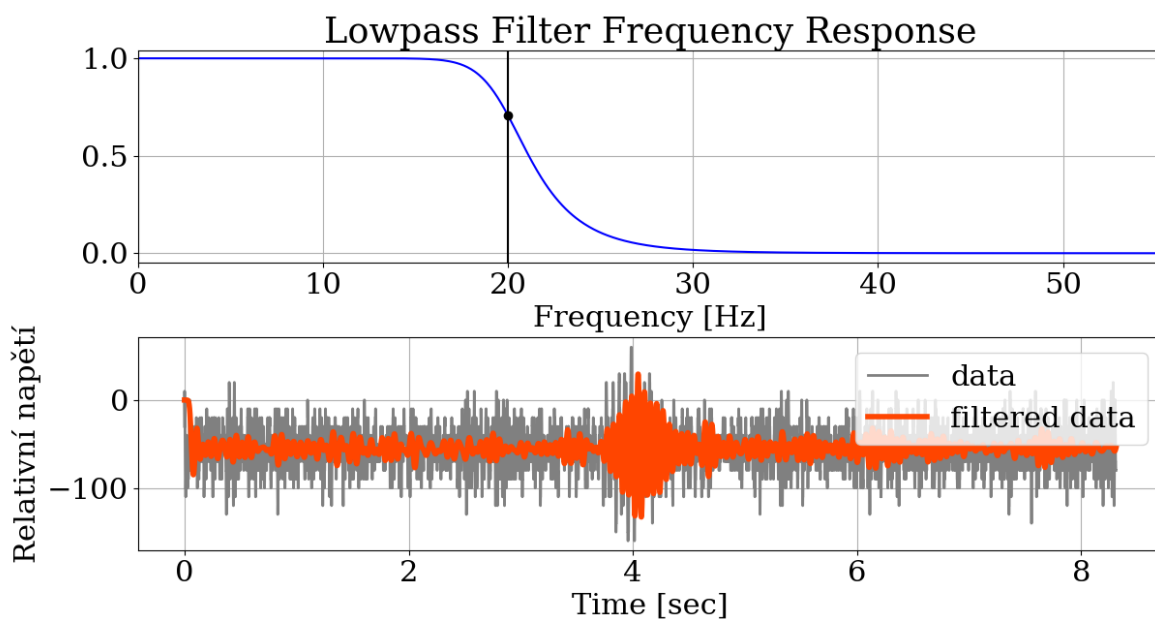
Pokud zanalyzujeme data při velkém zvětšení a velice malém detekovaném otřesu Rychlou Fourierovou transformací, dostaneme křivku, ze které je zřejmá poměrně vysoká hodnota šumu. Zajímavý je pík na frekvenci 50 Hz a násobných frekvencích – elektromechanický seismograf je tedy ovlivněn střídavou rozvodnou sítí.

Graf 1 – šum zesilovače



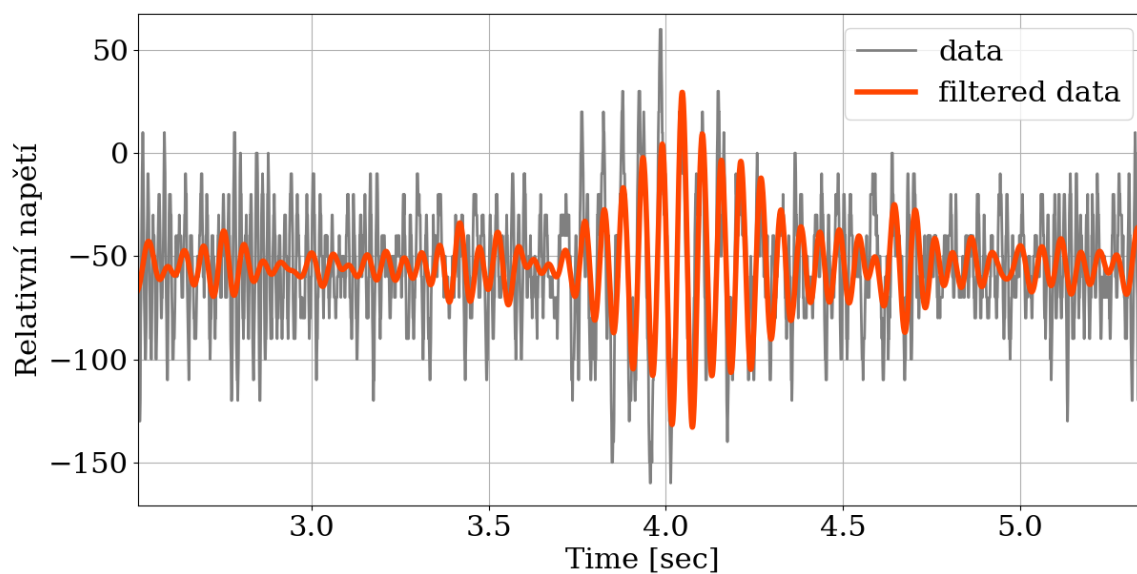
Low-pass filter

Pokud zaznamenáváme velice slabý nebo velice vzdálený otřes, který je po detekci pouze o něco vyšší než amplitudy šumu, vyplatí se použít filtr, který odečte všechny vysoké frekvence, vyšší, než obvyklé frekvence mechanických otřesů.



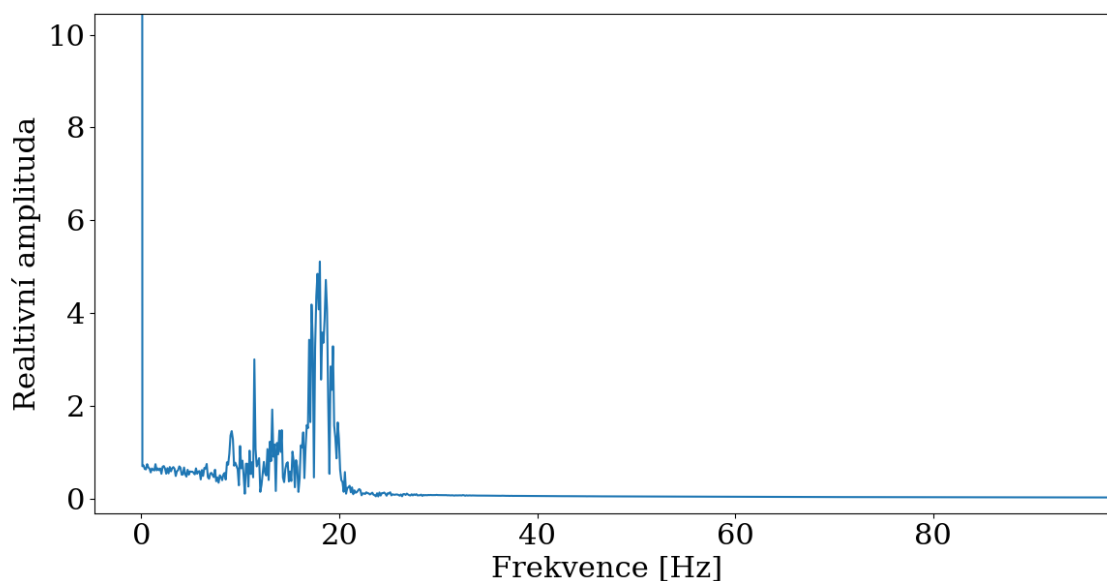
Rozhodli jsme se odfiltrovat všechny frekvence nad 20 Hz.

V následujícím grafu je zobrazena detekce vzdáleného výskoku mimo budovu před odfiltrováním a po odfiltrování. Z hlediska čistoty zaznamenaného signálu považujeme „low-pass“ filter za ideální řešení, je třeba ovšem pečlivě zvážit možné jemné fázové posuny.



Fourierova transformace odfiltrovaného signálu bude poté následující:

Fourierova transformace signálu po odfiltrování



Jak je zřejmé, hodnota šumu je mnohem, mnohem menší.

Další model seismografu

V současné době rovněž vyvíjíme druhý seismograf rovněž mechanického rázu. Při konstrukci jsme se inspirovali zařízením ve populárně-vědeckých člancích označovaném „slinky seismograph“.

Základem je lehká plastová pružina s nízkou tuhostí $k = (1.53 \pm 0.05) \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ na kterém je umístěno závaží s neodýmovým magnetem, které prochází cívkou a indukce tam napětí, které detekuje PASCO senzorem napětí a proudem.

Vlastní frekvenci přístroje určíme ze vztahu níže pro periodu mechanického pružinového oscilátoru, jako inverzní hodnotu vypočítané periody.

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m + \frac{m_0}{3}}{k}}$$

m hmotnost závaží [kg]

m_0 hmotnost pružiny [kg]

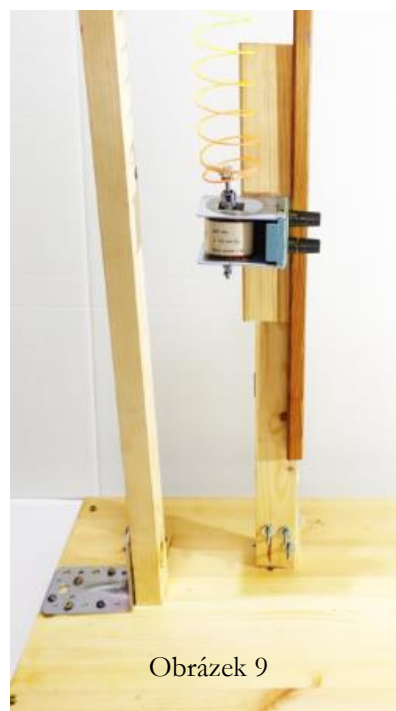
k tuhost pružiny [$\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$]

T perioda kmitu [s]

$m_0 = (8.4 \pm 0.5) \text{ kg}$

$k = (1.53 \pm 0.05) \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

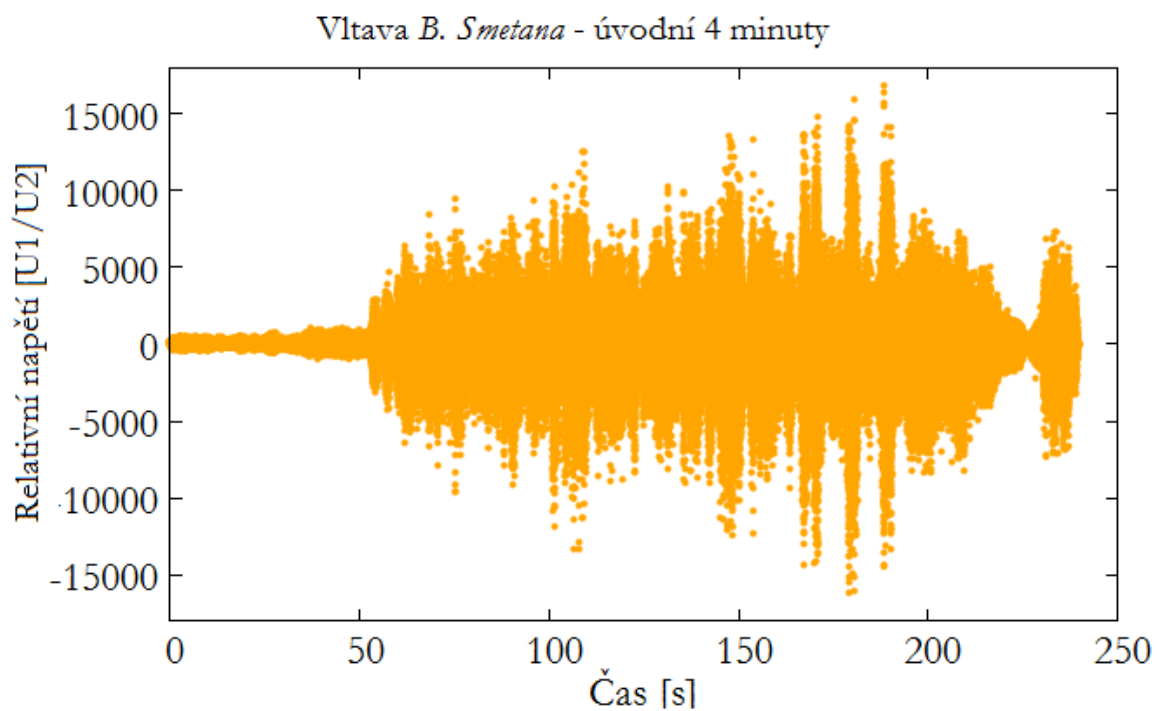
Triviálním měněním hmotnosti závaží m lze regulovat vlastní frekvenci oscilátoru a tedy i citlivost přístroje na různé frekvence.



Obrázek 9

Motivační experiment

Pro následující experiment jsme těleso seismografu bez externího tlumení umístili na dvojici výkonných reproduktorů, které hrály symfonickou báseň B. Smetany Vltava. V grafu níže je obsažená úvodní cca 4 minutová část.



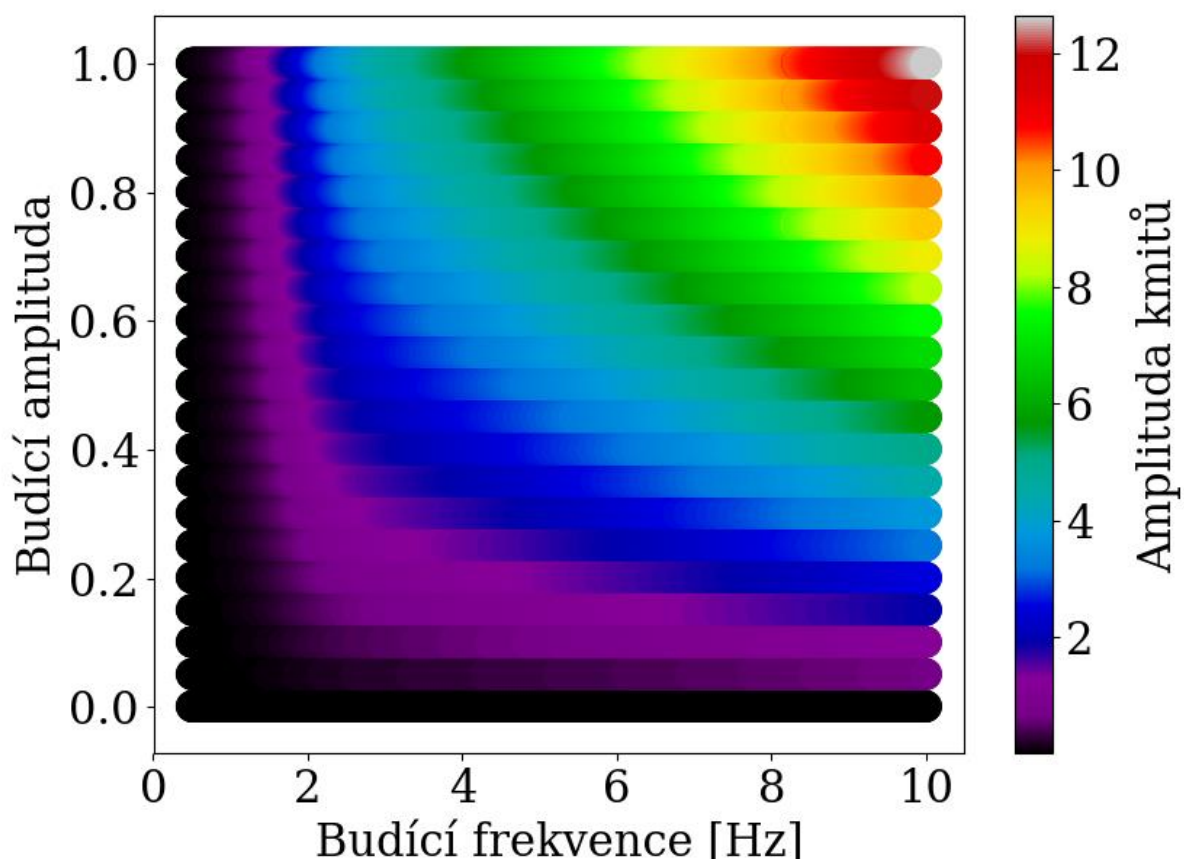
Rezonanční mapy

Vzhledem k tomu, že je obtížné velice těžký a prostorný seismograf budít kontrolovatelnou frekvencí a amplitudou, rozhodli jsme vytvořit numericky „rezonanční mapy“ právě pro konstanty našeho seismografu.

Každý bod v mapě vznikl numerickým řešením diferenciální rovnice a analýzou tohoto řešení.

$$\ddot{V}(t) + 2\zeta\omega_0\dot{V}(t) + \omega_0^2 \cdot V(t) = -G \cdot A \cdot \omega^3 \cos \omega t$$

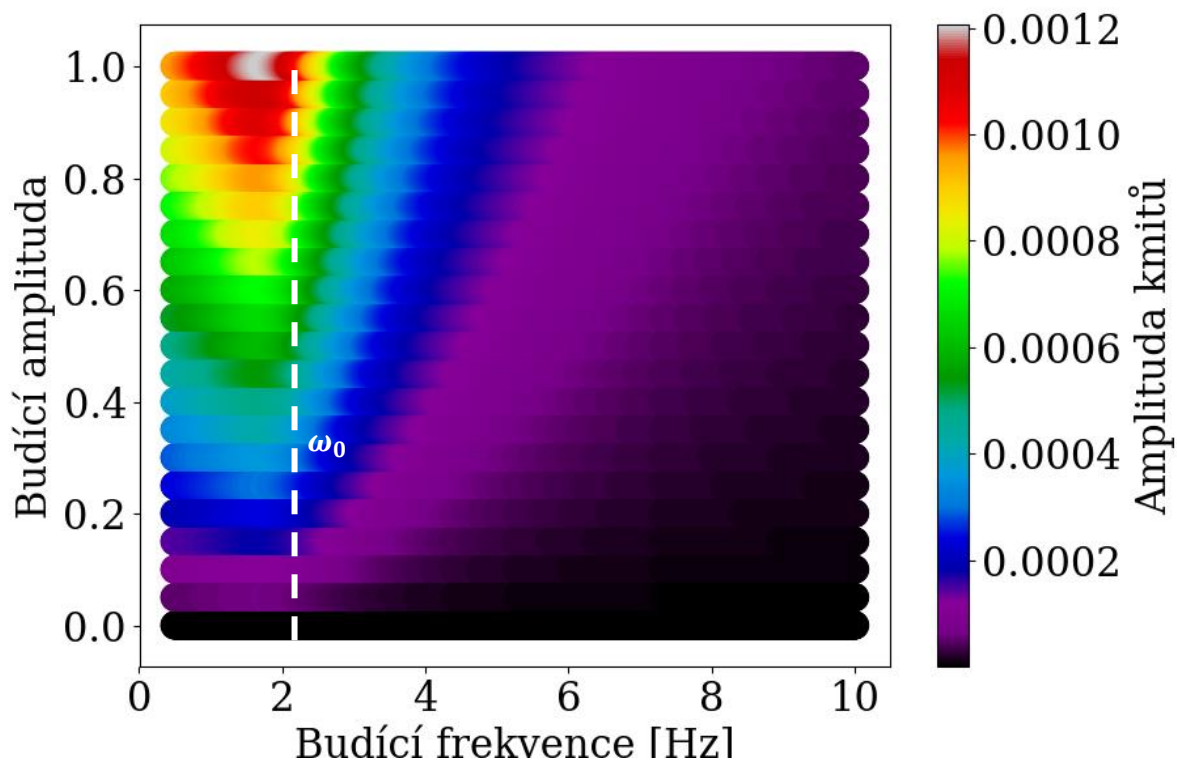
Řešíme-li tuto diferenciální rovnici a všechny budící křivky mají naprosto stejnou amplitudu, je výsledek následující ($\zeta = 0,4, \omega_0 = 2.1, G = 0.16$):



Uvažujeme-li harmonický otřes půdy, vychýlení půdy je popsáno goniometrickou funkcí: $A \sin \omega t$. V rovnici vystupuje třetí derivace tohoto výrazu (pravá strana rovnice). Pokud bychom rovnici upravili, aby hodnota členu buzení nebyla závislá na frekvenci buzení, jak je tomu doposud, dostaneme rezonanční mapu klasického buzeného harmonického oscilátoru s maximální amplitudou vybuzení napětí, je-li frekvence buzení rovna vlastní frekvenci seismografu.

$$\ddot{V}(t) + 2\zeta\omega_0\dot{V}(t) + \omega_0^2 \cdot V(t) = -G \cdot A \cdot \omega^2 \cos \omega t$$

$$\zeta = 0,4, \omega_0 = 2.1, G = 0.16, A = 0.01$$



Tato mapa je de facto „plošnou“ rezonanční křivkou, pík je v tomto případě těsně ω_0 (modulace vlastní frekvence tlumením).

Závěr

Podarilo se nám sestrojít poměrně velmi citlivý seismograf, teoreticky jsme popsali jeho chování a provedli řadu experimentů. Pro zaznamenání velmi malých otřesů jsme zapojili operační zesilovač, maximální zesílení se pohybovalo kolem 850 x.

S rostoucím zesílením rovněž roste šum, který se nám podařilo velmi úspěšně softwarově eliminovat. Vytvořili jsme plošnou rezonanční mapu, která předpovídá odezvu seismografu na různé frekvence při různých amplitudách.

Literatura

- [1] Seismické vlny po jaderném testu v Severní Koreji zaznamenány na území ČR. Geofyzikální ústav Akademie Věd [online]. 3. 9. 2017 [cit. 2018-01- 31]. Dostupné z: <https://www.ig.cas.cz/seismicke-vlny-po-jadernem-testu-v-severni-koreji-zaznamenany-na-uzemi-cr>
- [2] ŠTEFAN, Radek. Beton v extrémních podmínkách zemětřesení. Stavební fakulta ČVUT [online]. [cit. 2018-01- 31]. Dostupné z: http://people.fsv.cvut.cz/www/stefarad/FRVS_2013/Prednaska_4.pdf
- [3] ŘÍŽOVÁ, Michaela, Jan ŠLÉGR a Kamila VAŇOVÁ. Jednoduchý seismograf pro školní využití. Univerzita Palackého Olomouc [online]. [cit. 2018-01- 31]. Dostupné z: http://mf.upol.cz/files/25/2502/mf_2502_125_129.pdf
- [4] STEIN, Seth a Michael WYSESSION. An Introduction to Seismology, Earthquakes, and Earth Structure [online]. USA, 2000 [cit. 2018-01- 31]. Dostupné z: https://books.google.cz/books?hl=cs&lr=&id=z80yrwFsqoC&oi=fnd&pg=PR5&dq=seismograph+earthquakes&ots=ntPVX73ViO&sig=d2y15ENncvyN9T0m163JggUnUv4&redir_esc=y#v=onepage&q=seismograph%20earthquakes&f=false. Department of Geological Sciences, Northwestern University, Evanston, Illinois.
- [4] Encyclopedia of Applied Physics: Magnetic materials to mechanical vibration and damping [online]. Maryland: VCH Publishers, 1998 [cit. 2018-01- 31]. ISBN 3527268413. Dostupné z: https://books.google.cz/books/about/Encyclopedia_of_Applied_Physics_Magnetic.html?id=kA89MQAACAAJ&redir_esc=y
- [5] Správa Železniční dopravní cesty [online]. [cit. 2018-01- 31]. Dostupné z: <http://www.szdc.cz/>