

# Řešení úlohy 1. Invent yourself

Řešitelský tým: Doctrina – Podještědské gymnázium

Autor - Marek Prebsl

## Zadání

Construct a simple seismograph that amplifies a local disturbance by mechanical, optical or electrical methods. Determine the typical response curve of your device and investigate the parameters of the damping constant. What is the maximum amplification that you can achieve?

## Rozbor zadání

**Construct a simple seismograph** that amplifies a local disturbance **by mechanical, optical or electrical methods**. Determine the **typical response curve** of your device and investigate the **parameters of the damping constant**. What is the **maximum amplification** that you can achieve?

Zadání nám říká, ať vyrobíme jednoduchý seismograf, který zvětšuje lokální výchylky. K jeho vytvoření můžeme použít mechanické, optické nebo elektrické metody. Dále z tohoto seismografu máme zjistit typickou vygenerovanou křivku a zjistit parametry, které určují konstantu tlumení. A máme zjistit, jakého maximálního zesílení jsme schopni dosáhnout.

Otázky tedy jsou: Jakou metodu pro vytvoření seismografu zvolíme? Na jakém zařízení zjistit typickou křivku seismografu? Jak vytvořit umělé zemětřesení, které by seismografu zaznamenal? Jak zjistit parametry konstanty útlumu? Jak určit citlivost zařízení?

## Teoretická část

**Seismograf** je přístroj, který měří velikost, sílu a průběh seizmických vln (zemětřesení).<sup>1</sup>

### Zemětřesení

Zemětřesení jsou rychlé a krátkodobé otřesy zemské kůry s různou intenzitou. Každé zemětřesení má hypocentra a epicentra. **Hypocentrum** je oblast pod povrchem země, kde se tvoří zemětřesení. Z hypocentra se vlny šíří do všech stran. **Epicentrum** je průmět hypocentra na zemském povrchu. V epicentru je největší intenzita zemětřesení.<sup>2</sup>

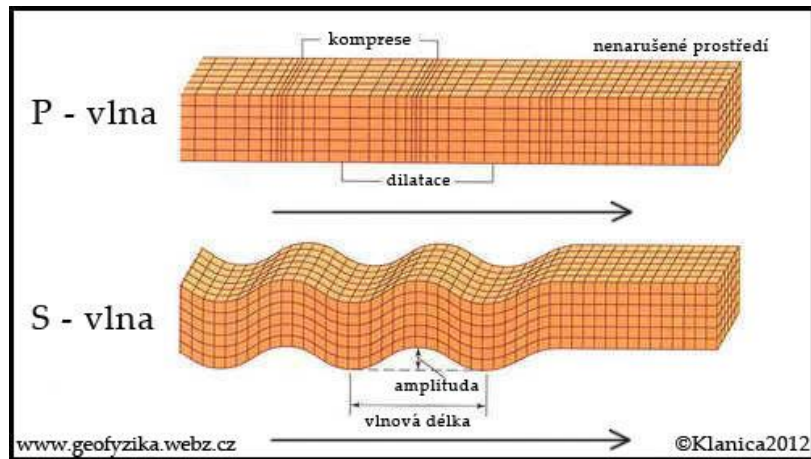
### Seizmické vlny

Vlny dělíme na podélné, příčné (obr. 1) a povrchové. **Podélné** (P-vlny) jsou první vlny, které k nám dorazí. Šíří se jako zvukové vlny s rychlostí až 4-6 km/s. Druhé jsou vlny **příčné** (S-vlny), které kmitají kolmo na směr šíření otřesů. Třetí vlny jsou **povrchové**, které následují jako poslední a nejpomalejší, pocházejí z epicentra a šíří se po povrchu země. Povrchová vlna se dělí na Rayleighovu a Loveovu (obr. 2). **Rayleighova** vlna by se dala

<sup>1</sup> AUTOR NEUVEDEN. *Seismograf* [online]. [cit. 8.1.2018]. Dostupný na WWW: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Seismograf>

<sup>2</sup> AUTOR NEUVEDEN. *Zemětřesení* [online]. [cit. 8.1.2018]. Dostupný na WWW: <http://geotech.fce.vutbr.cz/studium/geologie/skripta/ZEMETR.htm>

popsat jako kruhové vlnění (podobá se vlnění mořských vln). U **Lovehovy** vlny se částice pohybují vzhledem ke směru vlnění na šířku v pravém úhlu.<sup>3</sup>

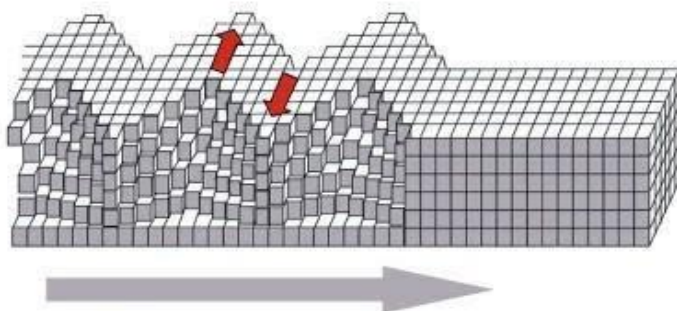


Obrázek 1) Ukázka průběhu podélné a příčné vlny

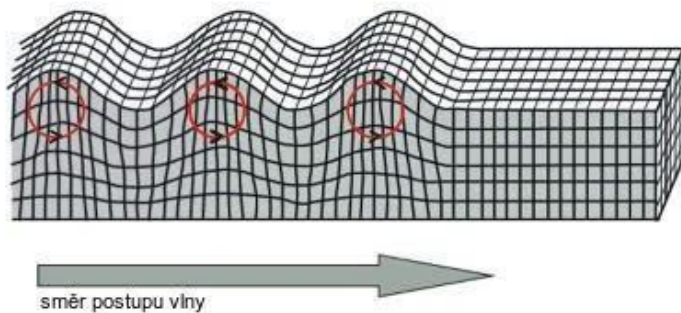
Zdroj: AUTOR NEUVEDEN. [geofyzika.webz.cz](http://www.geofyzika.webz.cz) [online]. [cit. 8.1.2018]. Dostupný na WWW: <http://www.geofyzika.webz.cz/imgostat/vlny.jpg>

### Povrchové vlny

#### Loveho vlna



#### Rayleighova vlna



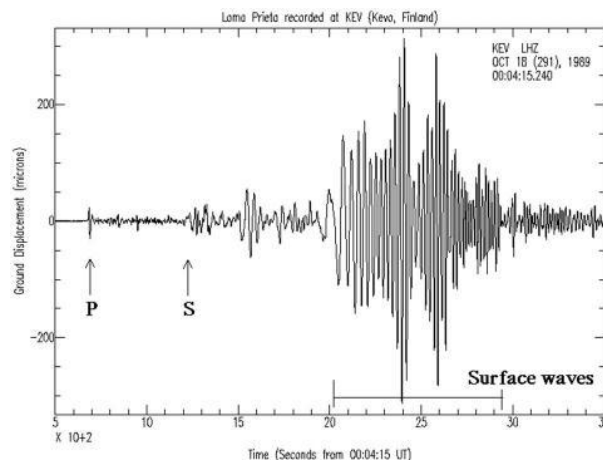
Obrázek 2) Ukázka povrchových vln

Zdroj: AUTOR NEUVEDEN. [sites.google.com](https://sites.google.com/site/zemetreseni01/_/rsrc/1468749786418/seismicke_vlny/surf-waves.jpg) [online]. [cit. 8.1.2018]. Dostupný na WWW: [https://sites.google.com/site/zemetreseni01/\\_/rsrc/1468749786418/seismicke\\_vlny/surf-waves.jpg](https://sites.google.com/site/zemetreseni01/_/rsrc/1468749786418/seismicke_vlny/surf-waves.jpg)

<sup>3</sup> AUTOR NEUVEDEN. *Seismická vlna* [online]. [cit. 8.1.2018]. Dostupný na WWW: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Seismick%C3%A1\\_vlna](https://cs.wikipedia.org/wiki/Seismick%C3%A1_vlna)

## Intenzita Seismických vln

Intenzita podélných a příčných vln klesá se vzdáleností od zdroje, protože se šíří prostorem v kulových vlnoplochách. Jako poslední dorazí povrchová vlna, jejíž intenzita klesá se vzdáleností, protože se šíří v ploše v kruhových vlnoplochách. Z toho důvodu je také nejintenzivnější (obr. 3), má největší účinky.<sup>4</sup>



Obrázek 3) Porovnání intenzit vln P, S a povrchových zaznamenaných na seismografu

Zdroj: AUTOR NEUVEDEN. [edu.techmania.cz](http://edu.techmania.cz) [online]. [cit. 8.1.2018]. Dostupný na WWW: <http://edu.techmania.cz/cs/encyklopedie/fyzika/geofyzika/seismologie/seismicke-vlny-jejich-detekce>

## Piezoelektrický jev

Je to schopnost krystalu vytvořit elektrické napětí, když se deformuje (obr. 4). Tyto krystaly nejsou středově souměrné. Deformací se záporně a kladně nabité ionty posunou v krystalové mřížce. Na určitých místech se objeví elektrické napětí. Při vysokých teplotách dochází u jakéhokoliv materiálu ke ztrátě piezoelektrických vlastností, protože je narušeno uspořádání iontů.<sup>5</sup>



Obrázek 4) Ukázka fungování piezokeramiky při klidu, stlačení a roztáhnutí

Zdroj: AUTOR NEUVEDEN. [ceramtec](http://www.ceramtec.cz) [online]. [cit. 8.1.2018]. Dostupný na WWW: [https://www.ceramtec.cz/\\_img/content/werkstoffe.piezokeramik.grundlagen.direkter.piezoeffekt.jpg](https://www.ceramtec.cz/_img/content/werkstoffe.piezokeramik.grundlagen.direkter.piezoeffekt.jpg)

<sup>4</sup> AUTOR NEUVEDEN. *SEISMICKÉ VLNY A JEJICH DETEKCE* [online]. [cit. 8.1.2018]. Dostupný na WWW: <http://edu.techmania.cz/cs/encyklopedie/fyzika/geofyzika/seismologie/seismicke-vlny-jejich-detekce>

<sup>5</sup> AUTOR NEUVEDEN. *Piezoelektrický jev* [online]. [cit. 8.1.2018]. Dostupný na WWW: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Piezoelektrick%C3%BD\\_jev](https://cs.wikipedia.org/wiki/Piezoelektrick%C3%BD_jev)

## Útlum kmitů

V praxi téměř vždy brání pohybu nějaká brzdicí síla, jejíž původ je v třecích silách mezi reálnými tělesy. Matematický popis těchto sil bývá dosti komplikovaný. Velmi často se vyskytuje tzv. viskózní tření, kdy je velikost třecí síly  $F_1$  úměrná rychlosti  $v$

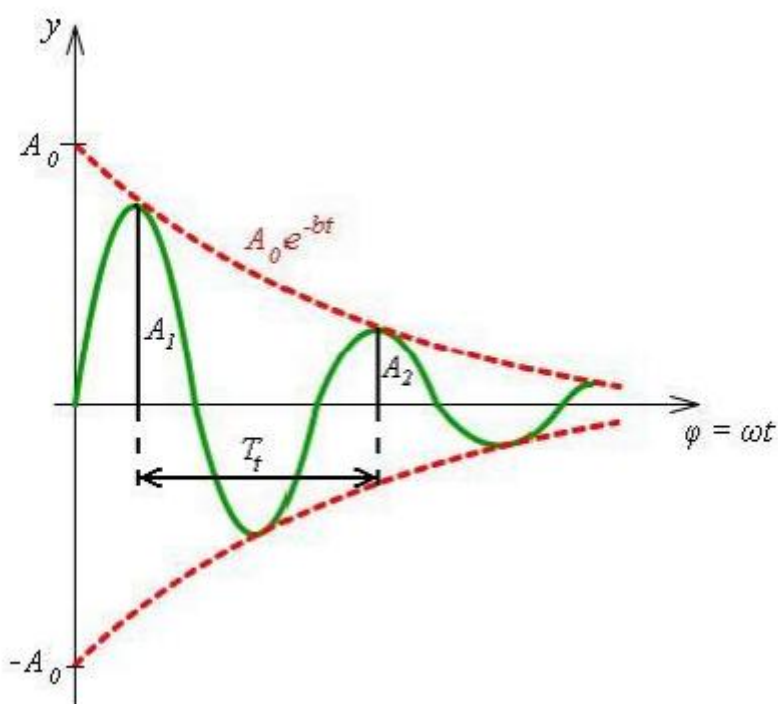
$$F_1 = -B \cdot v \quad (1)$$

kde  $B$  je konstanta úměrnosti. Použitím substituce, kde  $m$  je hmotnost dostáváme součinitel útlumu  $b$

$$\frac{B}{m} = 2b \quad (2)$$

Tlumené kmitání pak popisujeme rovnicí

$$y = A \cdot e^{-bt} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (3)$$



Obrázek 5) Graf útlumu kmitání

Zdroj: AUTOR NEUVEDEN. Tlumené kmitání [online]. [cit. 8.1.2018]. Dostupný na WWW: [http://www.studopory.vsb.cz/studijnimaterialy/Fyzikaprobakalare/PDF/1\\_7\\_2\\_tlum.pdf](http://www.studopory.vsb.cz/studijnimaterialy/Fyzikaprobakalare/PDF/1_7_2_tlum.pdf)

## Určení zesílení impulsů seismografem

Impulsy budou vyvolávat dopady plastelíny na dřevěnou desku na nodpružené podložce. Výška  $h$  plastelíny nad deskou bude určovat její rychlost  $v$  před dopadem

$$v = \sqrt{2gh} \quad (4)$$

kde  $g$  je tíhové zrychlení.

Dopad plastelíny můžeme považovat za srážku dokonale nepružnou (zvláště, pokud plastelínu v ruce zahřejeme), pro následnou rychlost  $u$  pohybu desky tedy platí

$$u = \frac{m}{m + M} \sqrt{2gh} \quad (5)$$

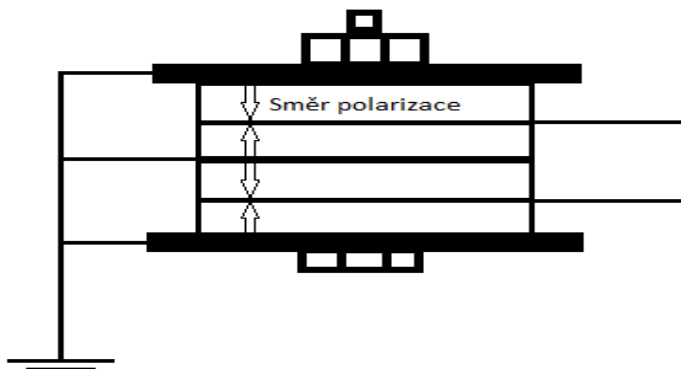
kde  $m$  je hmotnost plastelíny a  $M$  je hmotnost desky.

Do grafu vyneseme závislosti změn napětí v závislosti na rychlosti pohybu desky  $u$  pro různé hmotnosti kuličky.

## Praktická část

### Původní seismograf

Původní seismograf byl kompresní (obr. 6, 7) a byl také vytvořen z piezokeramiky. Ale nevyhovoval kvůli nedostatečné citlivosti generovaného napětí. Seismograf se skládal z piezokeramických kroužků, na které působilo závaží svoji hmotností. Jeho rezonanční frekvence je kolem 10 kHz, frekvence zemětřesení je příliš nízká a neodpovídá pracovní oblasti kompresního seismografu, ve které je citlivost zařízení nezávislá na frekvenci. U použitého seismografu, u kterého se piezokeramika ohýbá, se vytváří větší napětí stejnými otřesy než u tohoto. Jelikož deformace je větší.



Obrázek 6) Kompresní seismograf



Obrázek 7) Původní vytvořený seismograf z piezokeramiky

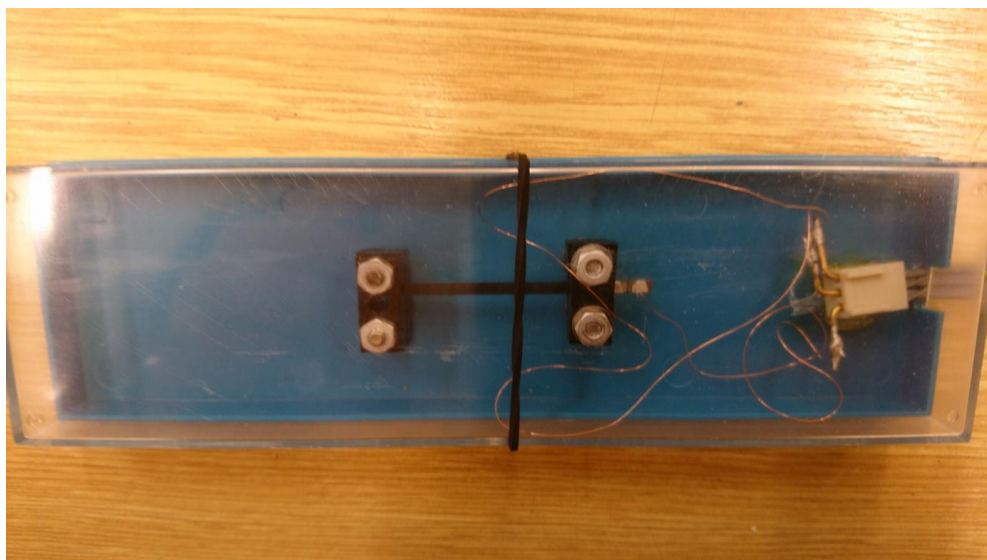
## Používaný seismograf

Na seismograf (obr. 9, 10) jsme opět použili piezokeramiku. Ovšem teď jsme udělali ohybový akcelerometr s piezokeramickým proužkem. Uprostřed proužku je kov, okolo piezokeramika polarizovaná stejným směrem (obr. 11, 12), jelikož jeden proužek piezokeramiky se protáhne a druhý se zkrátí. Na kov jsme napojili drátek a na konec drátku jsme připevnili zvukovou koncovku Jack 2,5, aby šel seismograf připojit do počítače jako mikrofon.

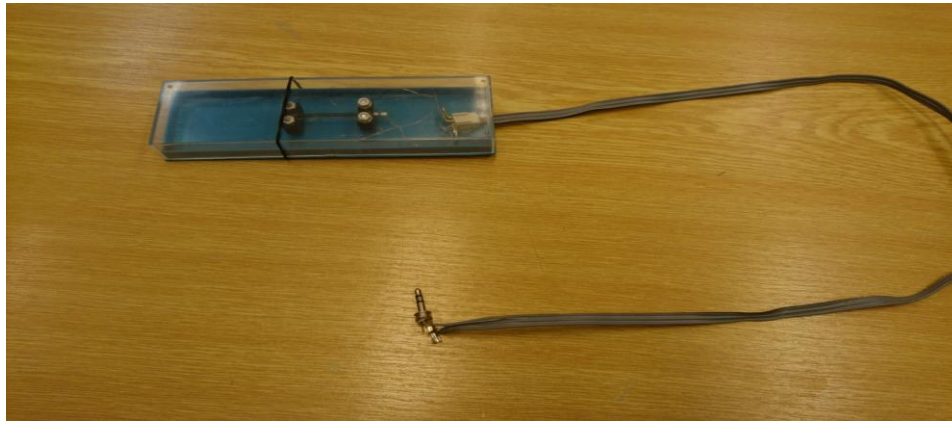
Místo osciloskopu, jsme chtěli použít program v počítači Virtins Sound Card Oscilloscope pro zjištění hodnot. Provedli jsme měření, jenže při ukládání se naměřené hodnoty uložili pouze jako obrázek (graf). Proto jsme použili program Soundcard Oscilloscope, u kterého šli hodnoty uložit do textového dokumentu a následně přes program Excel z nich vygenerovat graf. Bohužel jsme zjistili, že počítač nedokáže zaznamenat dostatečný počet hodnot z námi vytvořeného seismografu. Kvůli tomuto problému jsme hodnoty museli zaznamenat na osciloskopu (obr. 8) na Technické univerzitě v Liberci. Zjistili jsme, že používaný seismograf, má periodu vlastních kmitů 33 – 29 ms. Tudíž frekvence vlastních kmitů je 30-35 Hz.



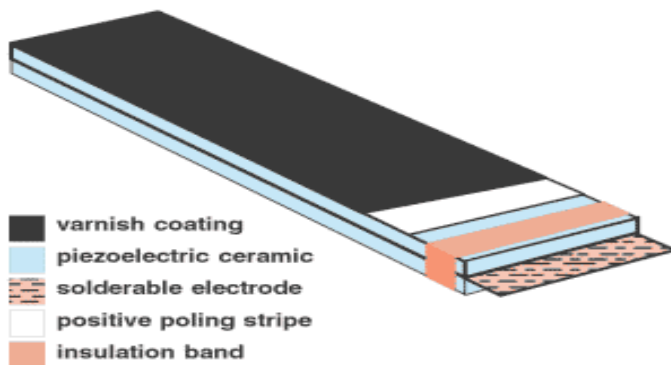
Obrázek 8) Měření osciloskopem na TUL



Obrázek 9) Používaný seismograf – pohled shora

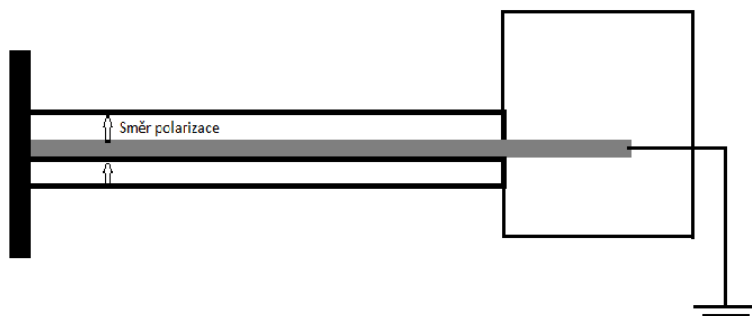


Obrázek 10) Používaný seismograf – boční pohled



Obrázek 11) Použitý piezokeramický proužek

Zdroj: AUTOR NEUVEDEN. Americanpiezo.com [online]. [cit. 27.1.2018]. Dostupný na WWW: <https://www.americanpiezo.com/standard-products/stripe-actuators.htm>



Obrázek 12) Ohybový seismograf

## Měření

Platných a použitých pokusů bylo 45. Pokusy (obr. 13) vypadaly tak, že jsme pouštěli plastelínu ze stojánku na dřevěnou desku, pod kterou byla bublinková fólie, která tlumila otřesy. Bublinková fólie pod deskou byla proto, aby seismograf nezaznamenával otřesy

způsobené chozením v místnosti. Na dřevěné desce byl přilepený seismograf, abychom se vyvarovali vlastním otřesům seismografu, způsobené poskakováním seismografu na desce.



Obrázek 13) Měření pouštění plastelíny na dřevěnou desku

Plastelínových kuliček jsme pouštěli ze stojánku pět, kvůli rozdílu hmotnosti. Jedna vážila 11,7 g, druhá 9,4 g, třetí 7,5 g, čtvrtá 4,9 g a pátá vážila 3,4 g. Plastelíny jsme pouštěli z devíti různých vzdáleností. Vzdálenosti byli 49 cm, 42 cm, 36 cm, 30 cm, 25 cm, 20 cm, 16 cm, 12 cm a poslední vzdálenost byla 10 cm.

## Parametry pokusů

Soubory Excel jsou vždy např. *seismograf1* (=hmotnost). Uvnitř tohoto dokumentu Excel je 9 listů a ty jsou rozděleny podle vzdálenosti.

Tab. č. 1 Hmotnost použitých kuliček z plastelíny

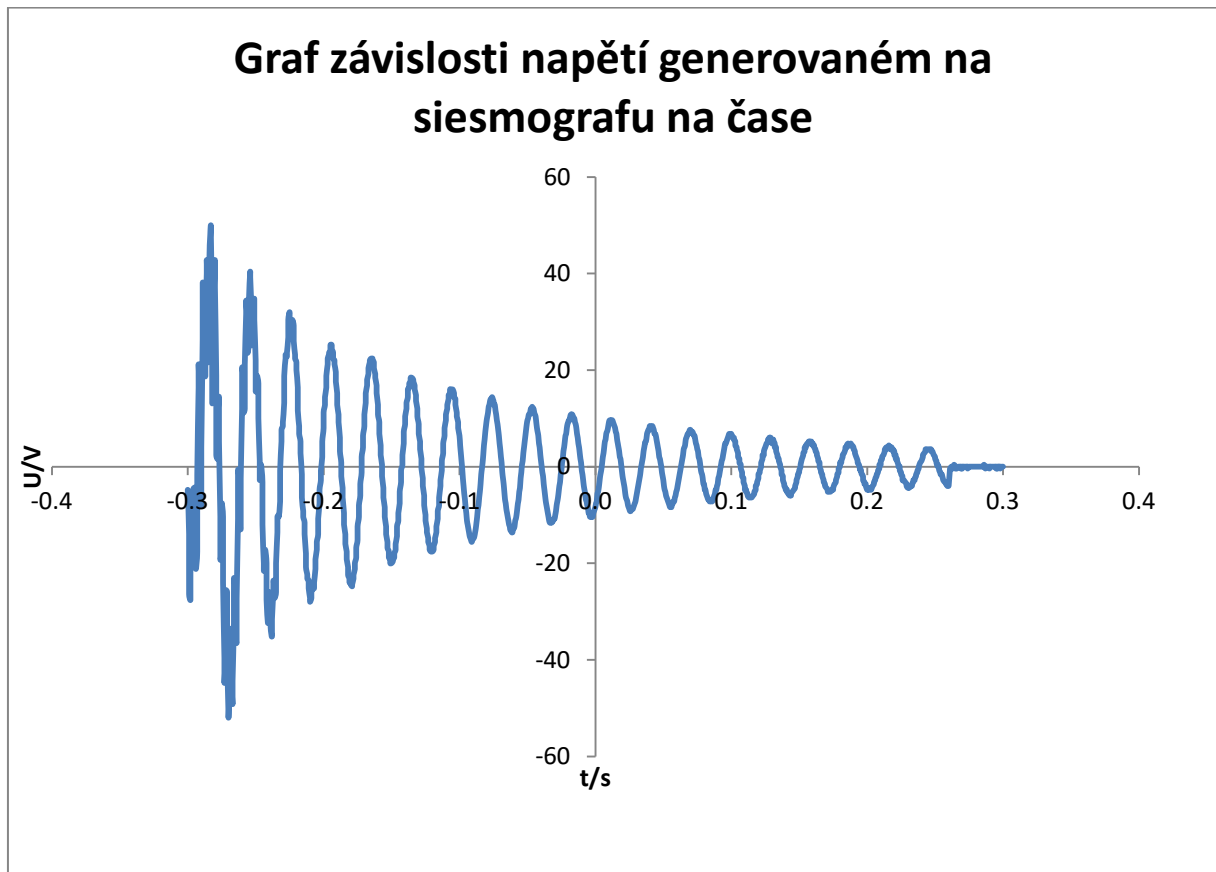
1.	7,5 g
2.	9,4 g
3.	4,9 g
4.	3,4 g
5.	11,7 g

Tab. č. 2 Vzdálenost dopadu kuličky od seismografu

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
49 cm	42 cm	36 cm	30 cm	25 cm	20 cm	16 cm	12 cm	10 cm

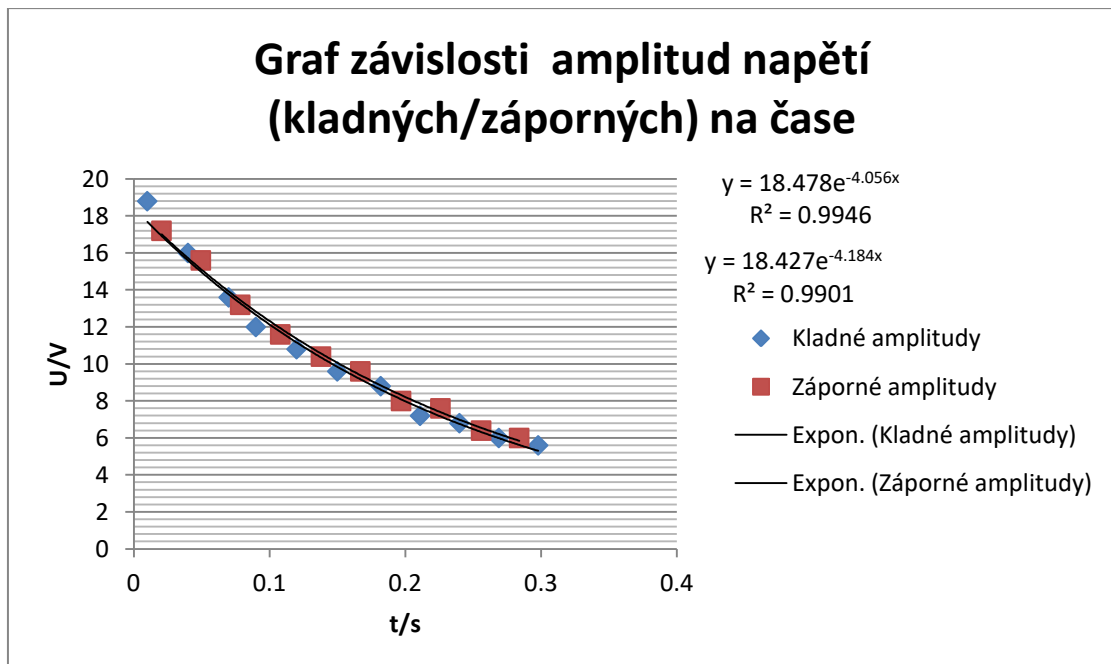
Typický vygenerovaný graf z osciloskopu pak vypadal takto (obr. 14).





Obrázek 14) Typický vygenerovaný graf závislosti napětí generovaném na seismografu na čase z osciloskopu

Z vygenerovaných grafů jsme vybrali největší a nejmenší hodnotu z každé periody a vložili do dalšího grafu, do kterého jsme přidali exponenciální spojnicí trendu, z které jsme zjistili konstantu útlumu (obr. 15).



Obrázek 15) Graf největších a nejmenších hodnot z každé periody z předchozího grafu s exponenciální spojnicí trendu

## Tlumené kmity

Z naměřených hodnot z TUL za použití osciloskopu, jsme zjistili hodnoty napětí a času vygenerované seismografem. Z těch jsme určili součinitel útlumu  $b$ . Následující tabulky jsou všechny vypočítané  $b$  ze všech hodnot.

Pro hmotnost kuličky 3,4 g			
h	Hodnota periody	$b$ ( $s^{-1}$ )	odchylka ( $s^{-1}$ )
49 cm	kladná	3,875	0,053
	záporná	3,769	0,053
42 cm	kladná	3,95	0,009
	záporná	3,932	0,009
36 cm	kladná	3,93	0,0135
	záporná	3,903	0,0135
30 cm	kladná	3,889	0,0055
	záporná	3,9	0,0055
25 cm	kladná	3,897	0,046
	záporná	3,805	0,046
20 cm	kladná	3,895	0,088
	záporná	3,719	0,088
16 cm	kladná	3,671	0,0035
	záporná	3,664	0,0035
12 cm	kladná	3,729	0,0315
	záporná	3,666	0,0315
10 cm	kladná	3,512	0,241
	záporná	3,994	0,241

Tab. č. 3 Hodnoty  $b$  pro hmotnost 3.4 g

Pro hmotnost kuličky 4,9 g			
h	Hodnota periody	$b$ ( $s^{-1}$ )	odchylka ( $s^{-1}$ )
49 cm	kladná	4,104	0,076
	záporná	3,952	0,076
42 cm	kladná	4,242	0,0865
	záporná	4,069	0,0865
36 cm	kladná	4,193	0,0935
	záporná	4,006	0,0935
30 cm	kladná	4,069	0,013
	záporná	4,043	0,013
25 cm	kladná	4,053	0,034
	záporná	3,985	0,034
20 cm	kladná	3,997	0,072
	záporná	3,853	0,072
16 cm	kladná	3,765	0,0165
	záporná	3,798	0,0165
12 cm	kladná	3,808	0,0165
	záporná	3,841	0,0165
10 cm	kladná	3,619	0,0385
	záporná	3,696	0,0385

Tab. č. 4 Hodnoty  $b$  pro hmotnost 4.9 g

Pro hmotnost kuličky 7,5 g			
h	Hodnota periody	$b$ ( $s^{-1}$ )	odchylka ( $s^{-1}$ )
49 cm	kladná	4,575	0,136
	záporná	4,303	0,136
42 cm	kladná	4,706	0,1985
	záporná	4,309	0,1985
36 cm	kladná	4,386	0,07
	záporná	4,526	0,07
30 cm	kladná	4,083	0,0135
	záporná	4,056	0,0135
25 cm	kladná	4,294	0,067
	záporná	4,16	0,067
20 cm	kladná	4,36	0,0805
	záporná	4,199	0,0805
16 cm	kladná	4,058	0,046
	záporná	3,966	0,046
12 cm	kladná	3,93	0,028
	záporná	3,874	0,028
10 cm	kladná	3,57	0,036
	záporná	3,642	0,036

Tab. č. 5 Hodnoty  $b$  pro hmotnost 7.5 g

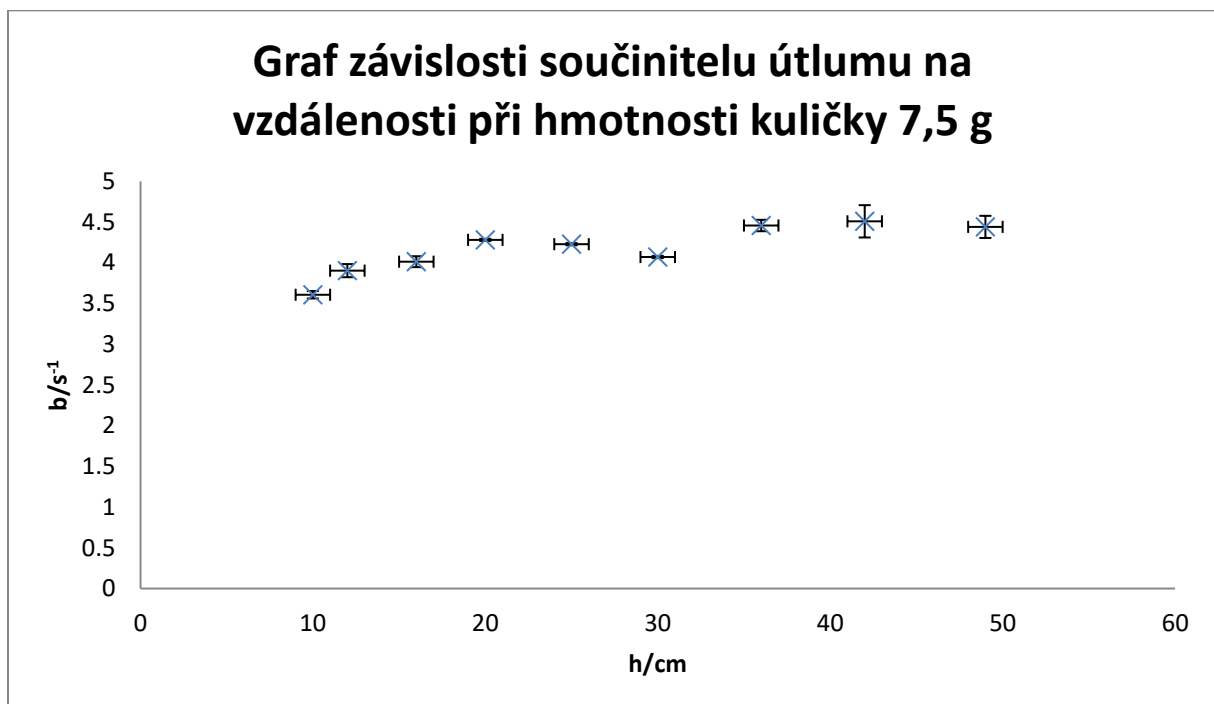
Pro hmotnost kuličky 9,4 g			
h	Hodnota periody	$b$ ( $s^{-1}$ )	odchylka ( $s^{-1}$ )
49 cm	kladná	4,225	0,152
	záporná	4,529	0,152
42 cm	kladná	4,875	0,156
	záporná	4,563	0,156
36 cm	kladná	4,524	0,0635
	záporná	4,397	0,0635
30 cm	kladná	4,713	0,147
	záporná	4,419	0,147
25 cm	kladná	4,613	0,164
	záporná	4,285	0,164
20 cm	kladná	3,938	0,1095
	záporná	3,719	0,1095
16 cm	kladná	4,308	0,143
	záporná	4,022	0,143
12 cm	kladná	4,182	0,0735
	záporná	4,035	0,0735
10 cm	kladná	3,94	0,055
	záporná	4,05	0,055

Tab. č. 6 Hodnoty  $b$  pro hmotnost 9.4 g

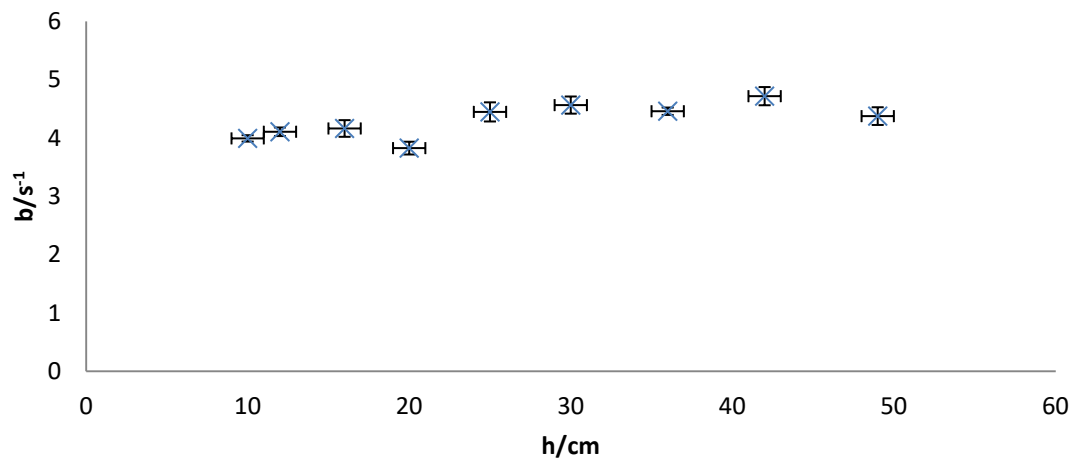
Pro hmotnost kuličky 11,7 g			
h	Hodnota periody	b (s <sup>-1</sup> )	odchylka (s <sup>-1</sup> )
49 cm	kladná	4,875	0,2
	záporná	4,475	0,2
42 cm	kladná	4,865	0,038
	záporná	4,789	0,038
36 cm	kladná	4,803	0,1315
	záporná	4,54	0,1315
30 cm	kladná	4,81	0,208
	záporná	4,394	0,208
25 cm	kladná	4,634	0,112
	záporná	4,41	0,112
20 cm	kladná	4,678	0,027
	záporná	4,624	0,027
16 cm	kladná	4,375	0,033
	záporná	4,309	0,033
12 cm	kladná	4,258	0,0355
	záporná	4,187	0,0355
10 cm	kladná	4,247	0,1235
	záporná	4	0,1235

Tab. č. 7 Hodnoty  $b$  pro hmotnost 11.7 g.

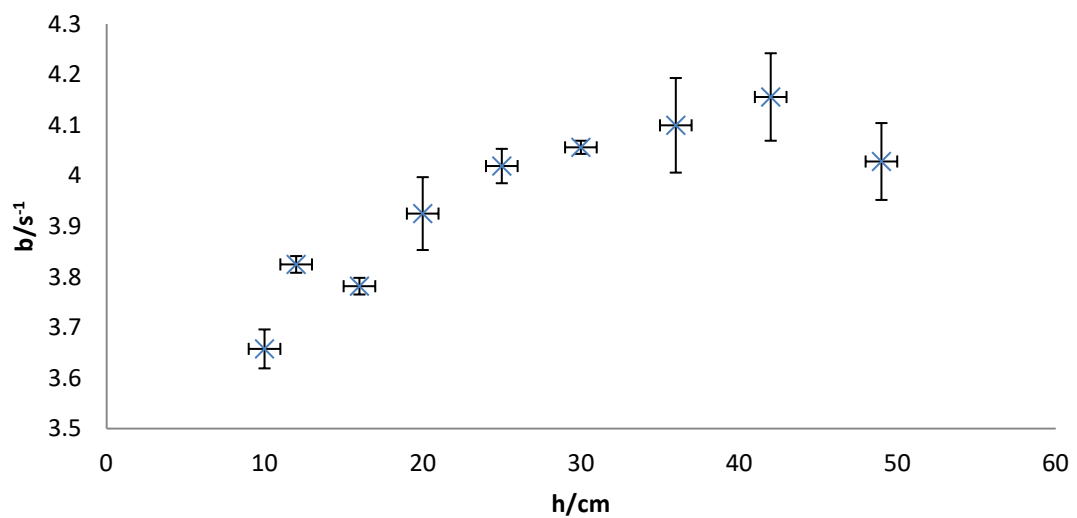
Odchytky naměřených součinitelů útlumu jsme zjistili z lineární regrese v programu Excel, po zlogaritmování naměřených hodnot amplitud napětí.



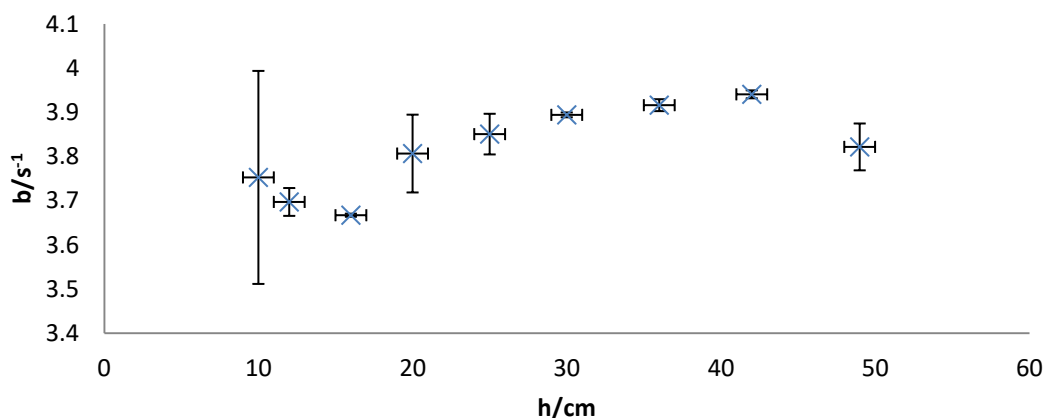
**Graf závislosti součinitele útlumu na vzdálenosti při hmotnosti kuličky 9,4 g**



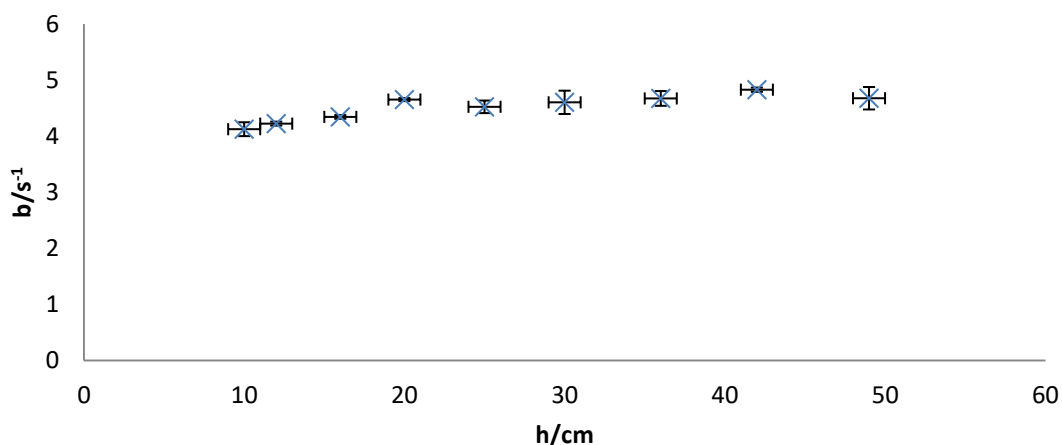
**Graf závislosti součinitele útlumu na vzdálenosti při hmotnosti kuličky 4,9 g**



### Graf závislosti součinitele útlumu na vzdálenosti při hmotnosti kuličky 3,4 g



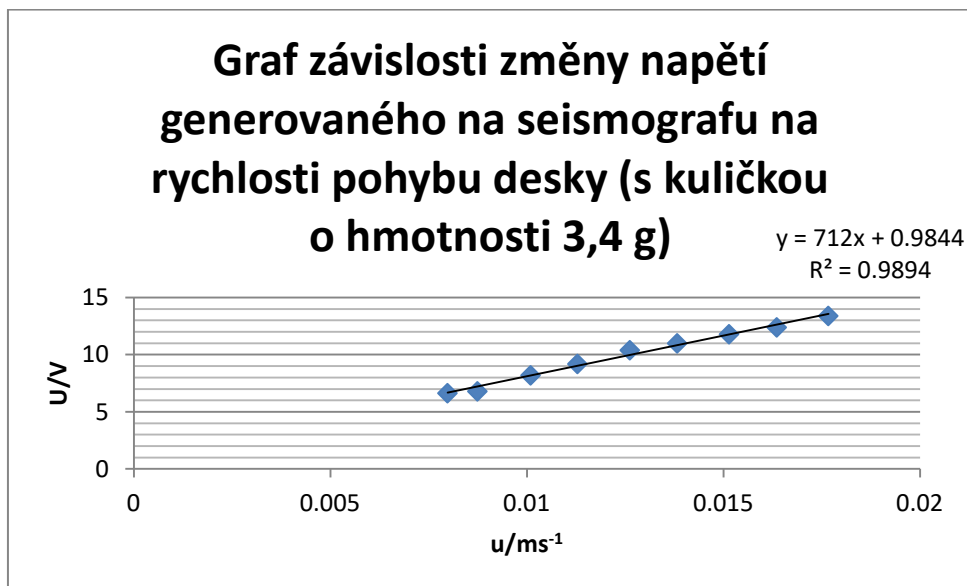
### Graf závislosti součinitele útlumu na vzdálenosti při hmotnosti kuličky 11,7 g



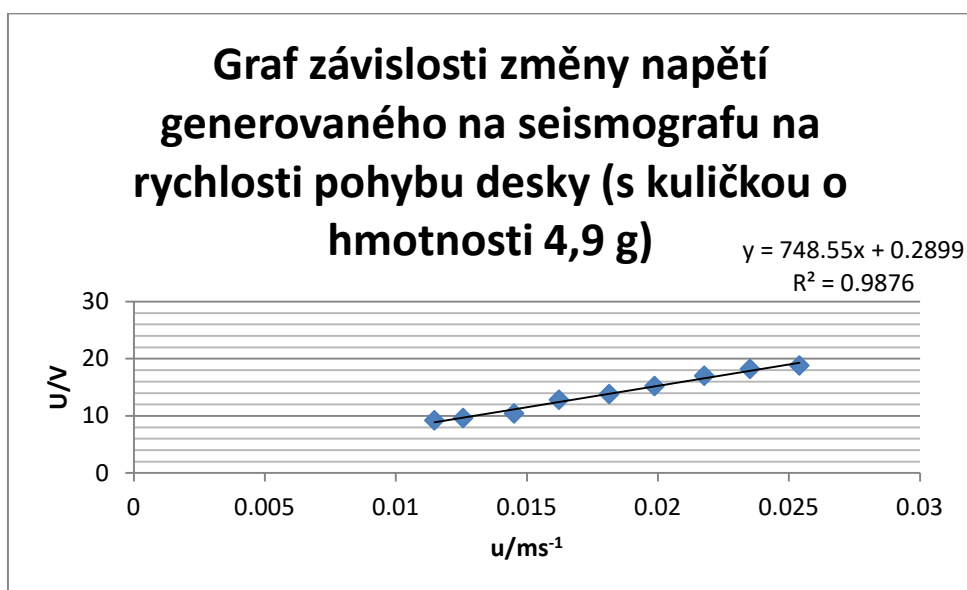
Z naměřených hodnot je zřejmé, že hodnota součinitele útlumu roste se vzdáleností impulsu od seismografu a s hmotností pouštěné kuličky.

#### Určení zesílení impulsů seismografem

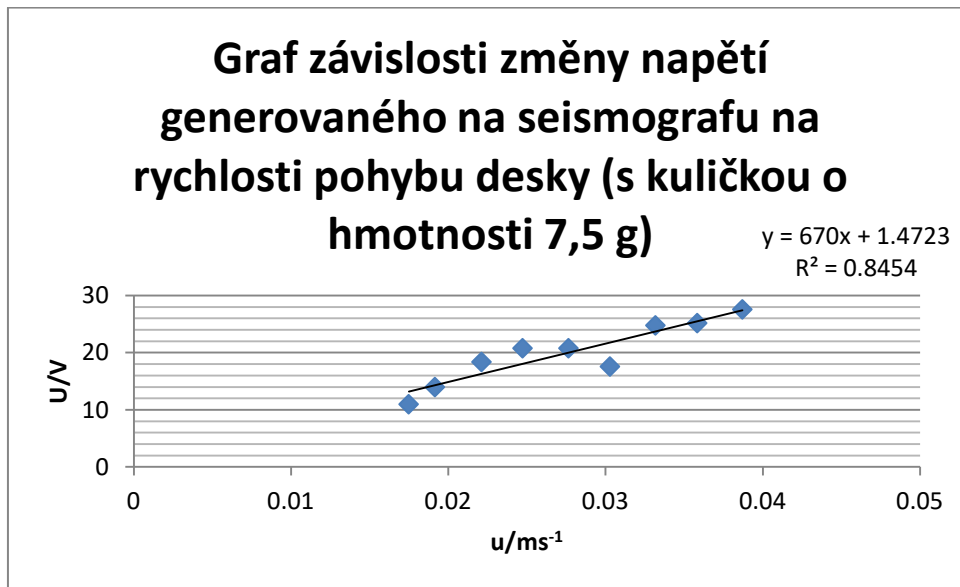
Pomocí vzorce (viz. Teoretická část, Určení zesílení impulsů seismografem) jsme dopočítali rychlost  $u$ , z které jsme vytvořili grafy (obr. 16, 17, 18, 19, 20) změny napětí generovaného na seismografu na rychlosti pohybu desky po dopadu kuličky.



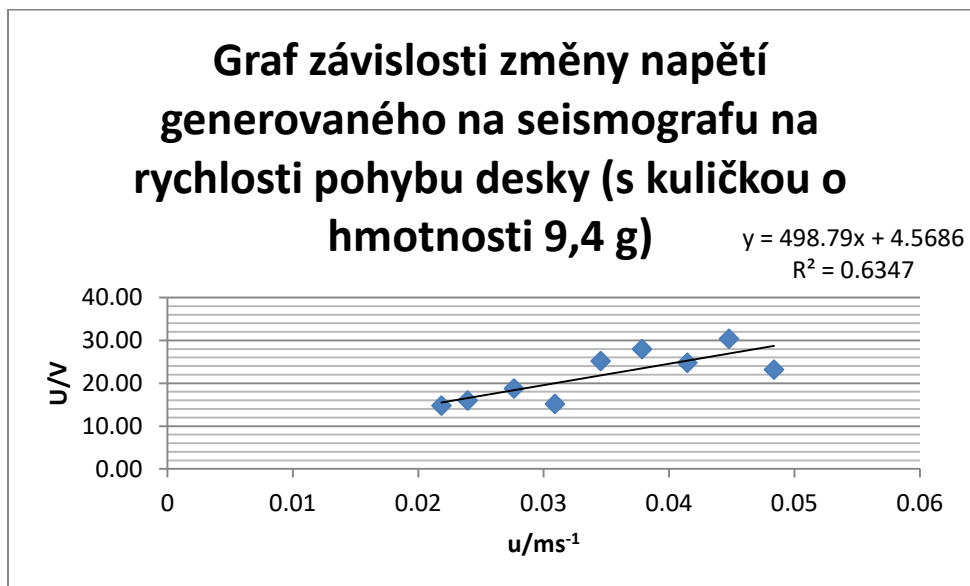
Obrázek 16) Graf závislosti změny napětí generovaného na seismografu na rychlosti pohybu desku s kuličkou o hmotnosti 3,4 g



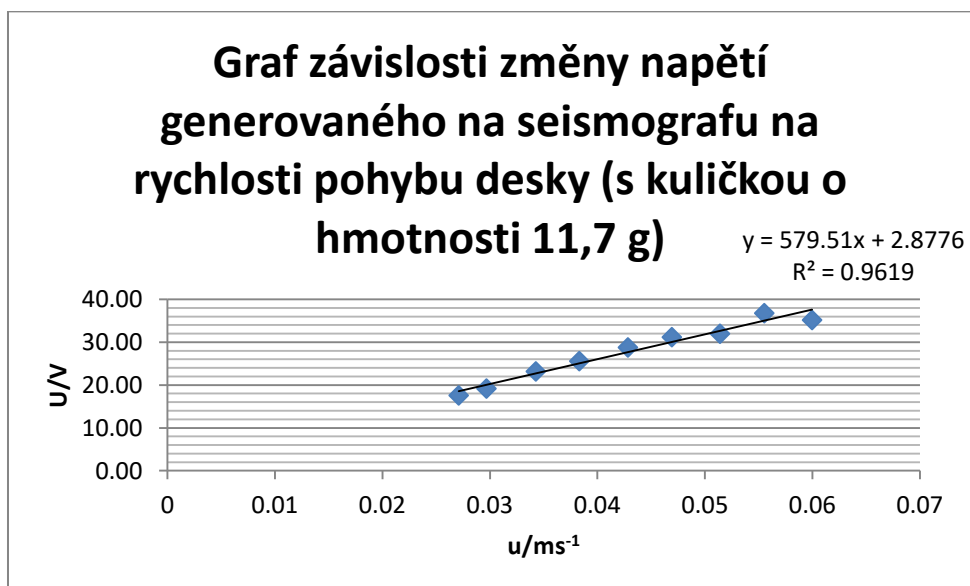
Obrázek 17) Graf závislosti změny napětí generovaného na seismografu na rychlosti pohybu desku s kuličkou o hmotnosti 4,9 g



Obrázek 18) Graf závislosti změny napětí generovaného na seismografu na rychlosti pohybu desku s kuličkou o hmotnosti 7,5 g



Obrázek 19) Graf závislosti změny napětí generovaného na seismografu na rychlosti pohybu desky s kuličkou o hmotnosti 9,4 g



Obrázek 20) Graf závislosti změny napětí generovaného na seismografu na rychlosti pohybu desky s kuličkou o hmotnosti 11,7 g

Z těchto grafů jsme pomocí lineární regrese zjistili citlivost seismografu.

m/g	k/(V/ms <sup>-1</sup> )	q/(V)
3,4	712	0,9844
4,9	748,55	0,2899
7,5	670	1,4723
9,4	498,79	4,5686
11,7	579,51	2,8776

Tab. č. 8 Výpis hodnot z grafů k určení zesílení impulsů



## **Závěr**

Jako první věc jsme vybrali piezokeramiku a vytvořili piezokeramický kompresní seismograf, který nám nestačil, protože nevygeneroval dost velké hodnoty na výpočty. Poté jsme vytvořili ohybový seismograf rovněž z piezokeramiky, který jsme použili.

Na provádění pokusů jsme použili plastelínu, jelikož když plastelína dopadne na desku, neodskočí, tudíž můžeme považovat za srážku plastelíny s dřevěnou deskou za dokonale nepružnou. Takže to byl dobrý způsob jak vytvořit umělé zemětřesení. Pokusů jsme provedli 45 s 5 různými hmotnostmi a 9 vzdálenostmi.

Za pomoci Katedry fyziky Technické univerzity v Liberci jsme použili osciloskop na zjištění hodnot napětí a frekvence vlastních kmitů našeho seismografu, ta je 30 - 35 Hz.

Zjistili jsme typickou vygenerovanou křivku, díky datům z osciloskopu. Dále jsme z dat určili součinitel útlumu včetně odchylek (viz tabulky tlumené kmity).

Určili jsme zesílení impulsů seismografem pro pět hmotností.

## Zdroje:

SENGUPTA, Amit. *YouTube* [online]. [cit. 16.1.2018]. Dostupný na WWW: [https://www.youtube.com/watch?v=uA\\_OLKfQpYA&feature=share](https://www.youtube.com/watch?v=uA_OLKfQpYA&feature=share)

AUTOR NEUVEDEN. *Tlumené kmity* [online]. Dostupný na WWW: [http://www.studopory.vsb.cz/studijnimaterialy/Fyzikaprobakalare/PDF/1\\_7\\_2\\_tlum.pdf](http://www.studopory.vsb.cz/studijnimaterialy/Fyzikaprobakalare/PDF/1_7_2_tlum.pdf)

AUTOR NEUVEDEN. *Seismograf* [online]. Dostupný na WWW: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Seismograf>

AUTOR NEUVEDEN. *Zemětřesení* [online]. Dostupný na WWW: <http://geotech.fce.vutbr.cz/studium/geologie/skripta/ZEMETR.htm>

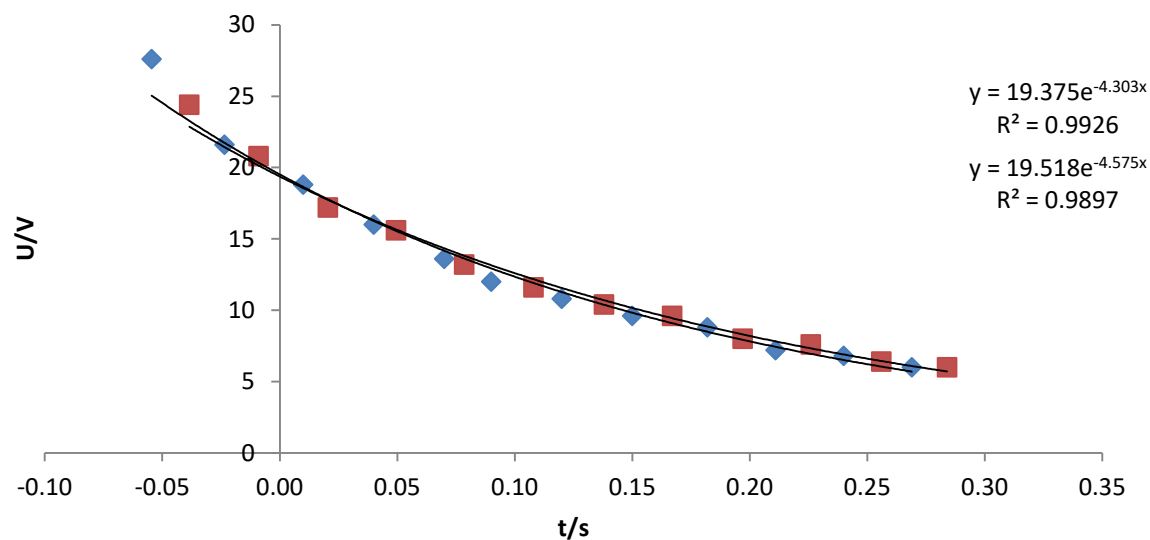
AUTOR NEUVEDEN. *Seismická vlna* [online]. Dostupný na WWW: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Seismick%C3%A1\\_vlna](https://cs.wikipedia.org/wiki/Seismick%C3%A1_vlna)

AUTOR NEUVEDEN. *SEISMICKÉ VLNY A JEJICH DETEKCE* [online]. Dostupný na WWW: <http://edu.techmania.cz/cs/encyklopedie/fyzika/geofyzika/seismologie/seismicke-vlny-jejich-detekce>

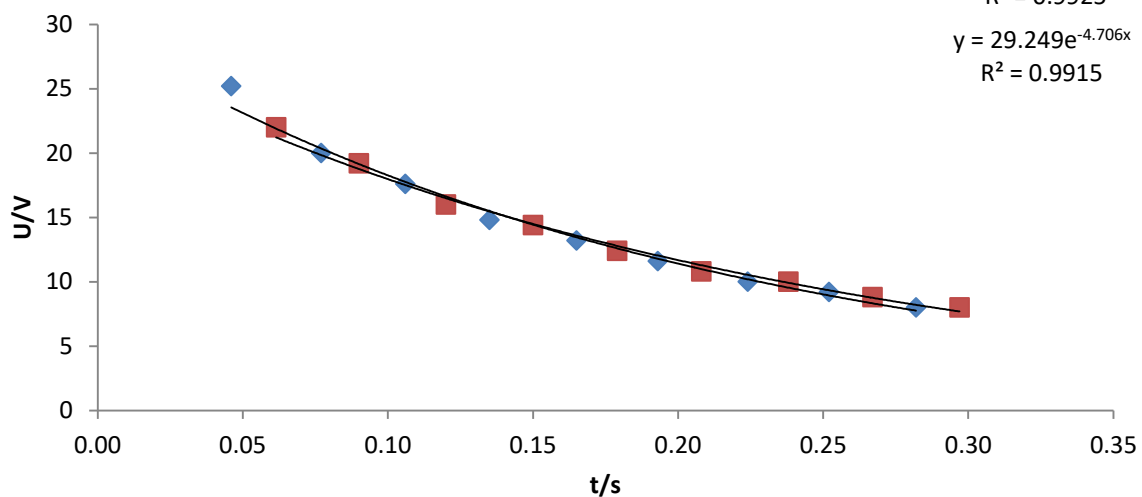
AUTOR NEUVEDEN. *Piezoelektrický jev* [online]. Dostupný na WWW: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Piezoelektrick%C3%BD\\_jev](https://cs.wikipedia.org/wiki/Piezoelektrick%C3%BD_jev)

## Přílohy

**Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost kuličky 7,5 g a vzdálenost 49 cm**



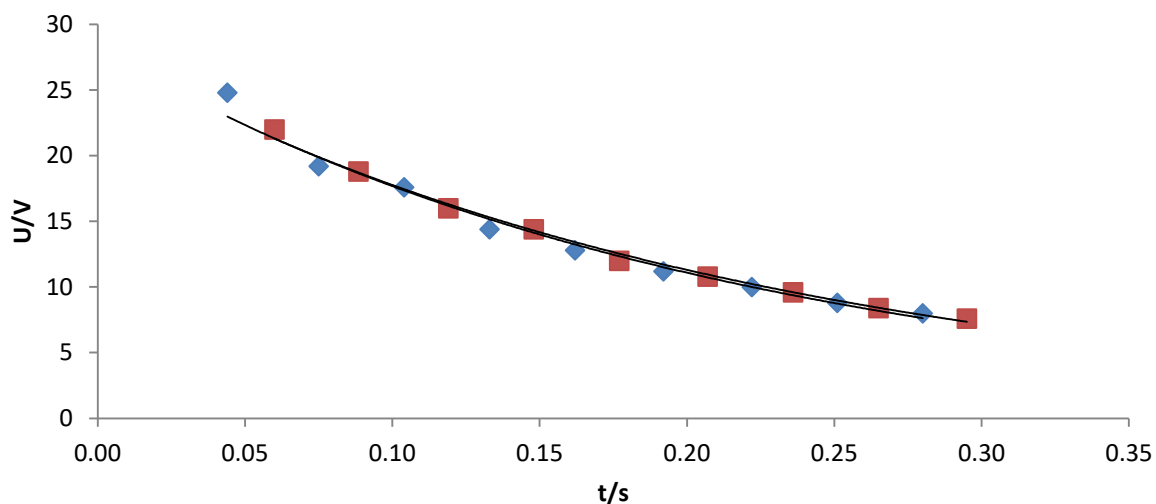
**Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost kuličky 7,5 g a vzdálenost 42 cm**



### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

kuličky 7,5 g a vzdálenost 36 cm

$$y = 27.935e^{-4.526x} \quad y = 28.201e^{-4.669x}$$
$$R^2 = 0.9956 \quad R^2 = 0.9878$$

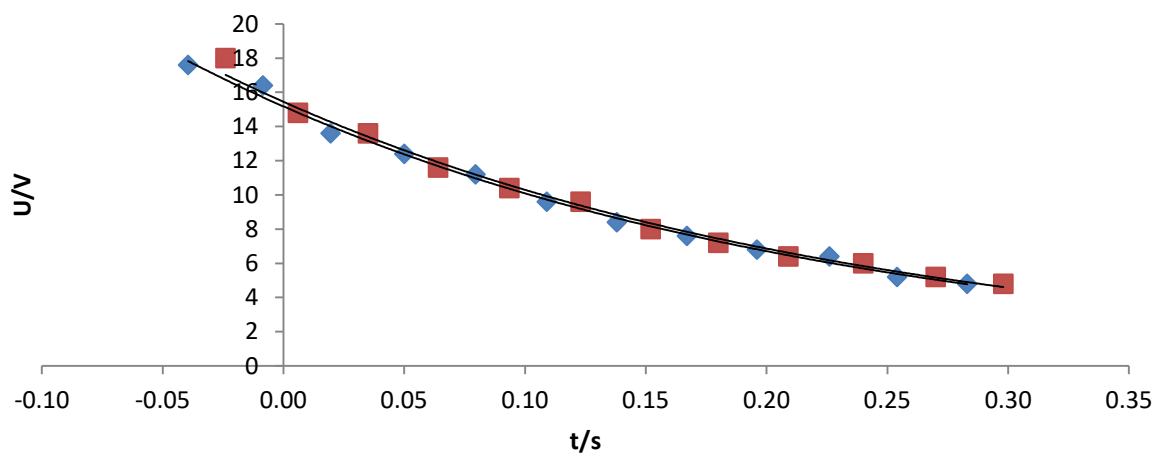


### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

kuličky 7,5 g a vzdálenost 30 cm

$$y = 15.444e^{-4.056x}$$
$$R^2 = 0.9943$$

$$y = 15.174e^{-4.083x}$$
$$R^2 = 0.9956$$

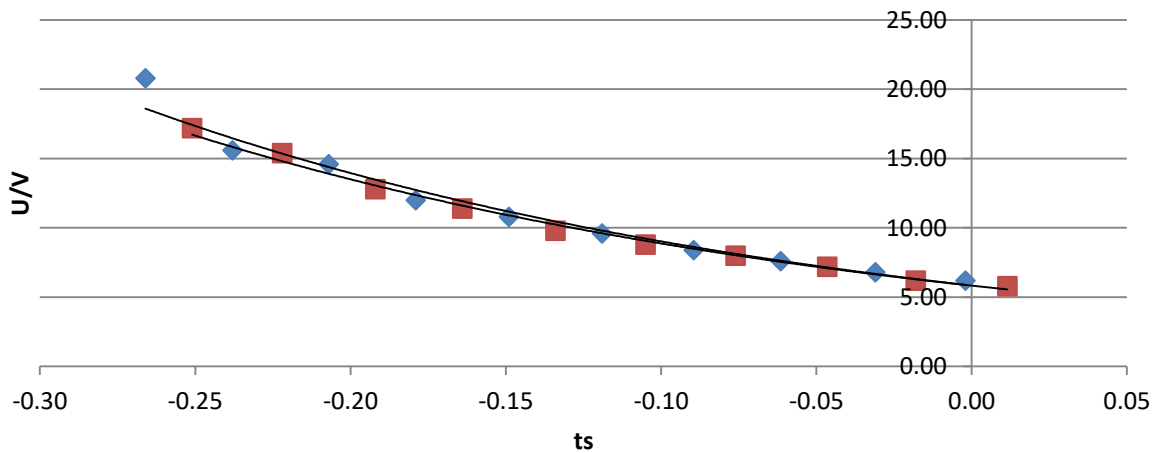


## Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

kuličky 7,5 g a vzdálenost 25 cm

$$y = 5.8296e^{-4.199x}$$
$$R^2 = 0.9935$$

$$y = 5.8337e^{-4.36x}$$
$$R^2 = 0.9823$$

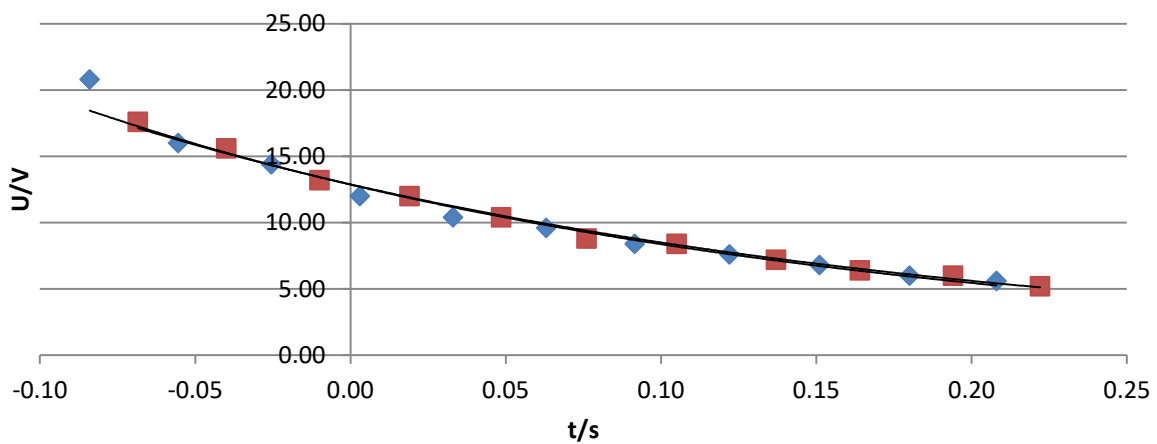


## Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

kuličky 7,5 g a vzdálenost 20 cm

$$y = 12.888e^{-4.16x}$$
$$R^2 = 0.9946$$

$$y = 12.864e^{-4.294x}$$
$$R^2 = 0.9839$$

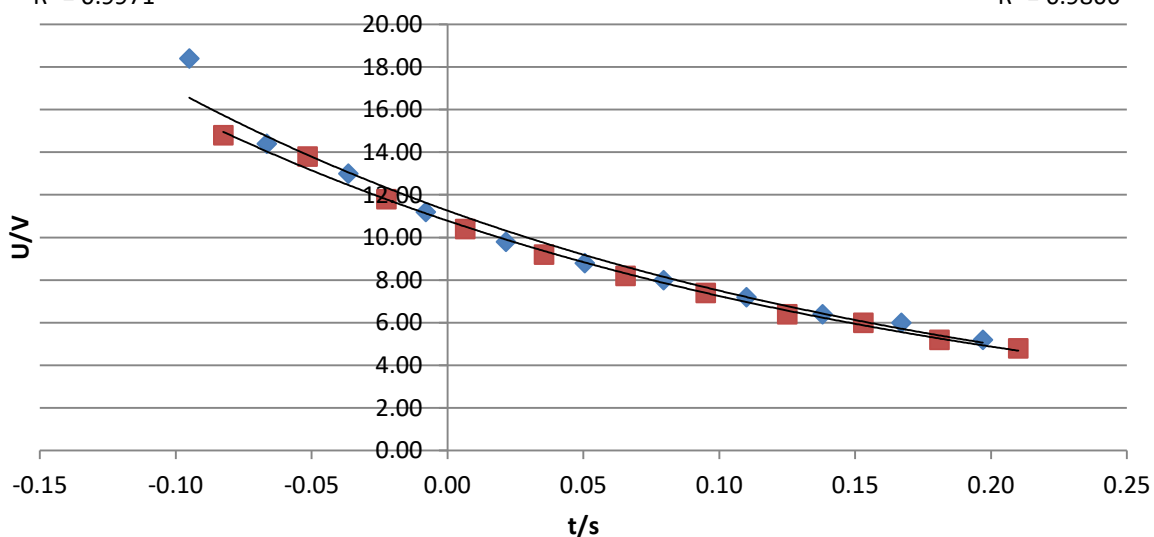


## Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$$y = 10.78e^{-3.966x}$$
$$R^2 = 0.9971$$

kuličky 7,5 g a vzdálenost 16 cm

$$y = 11.256e^{-4.058x}$$
$$R^2 = 0.9866$$

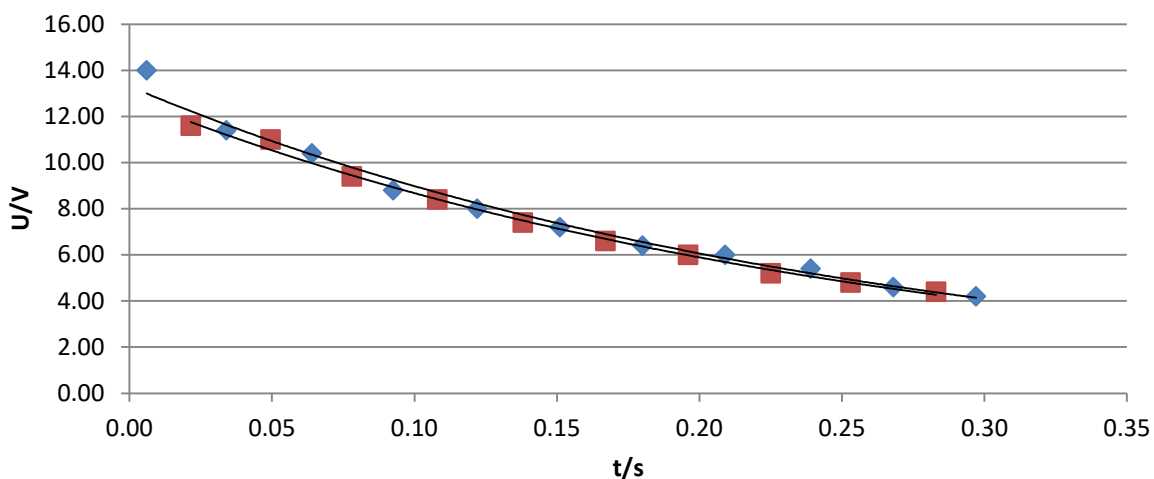


## Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$$y = 12.783e^{-3.874x}$$
$$R^2 = 0.9962$$

kuličky 7,5 g a vzdálenost 12 cm

$$y = 13.307e^{-3.93x}$$
$$R^2 = 0.9913$$

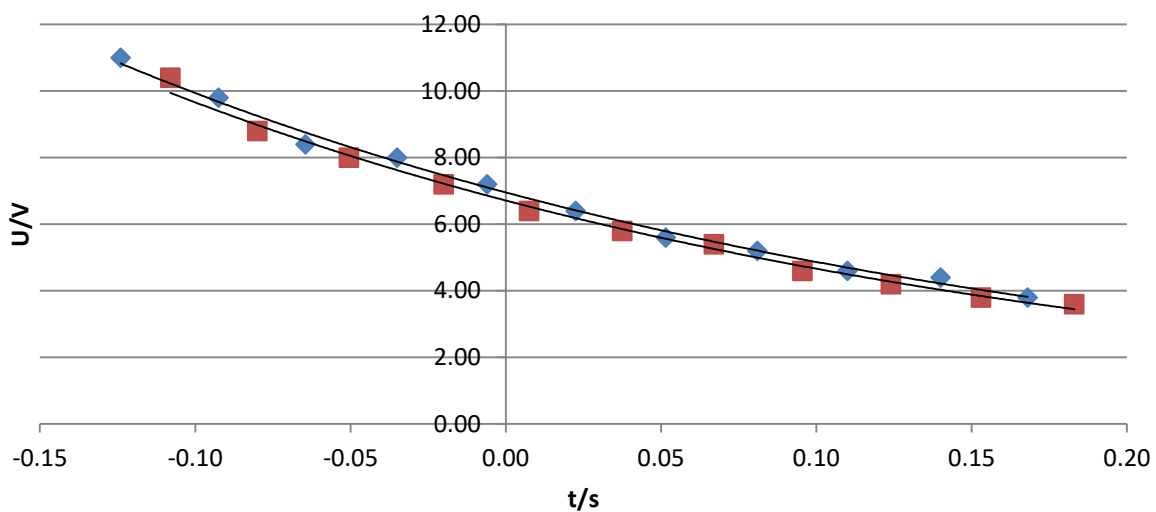


# Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

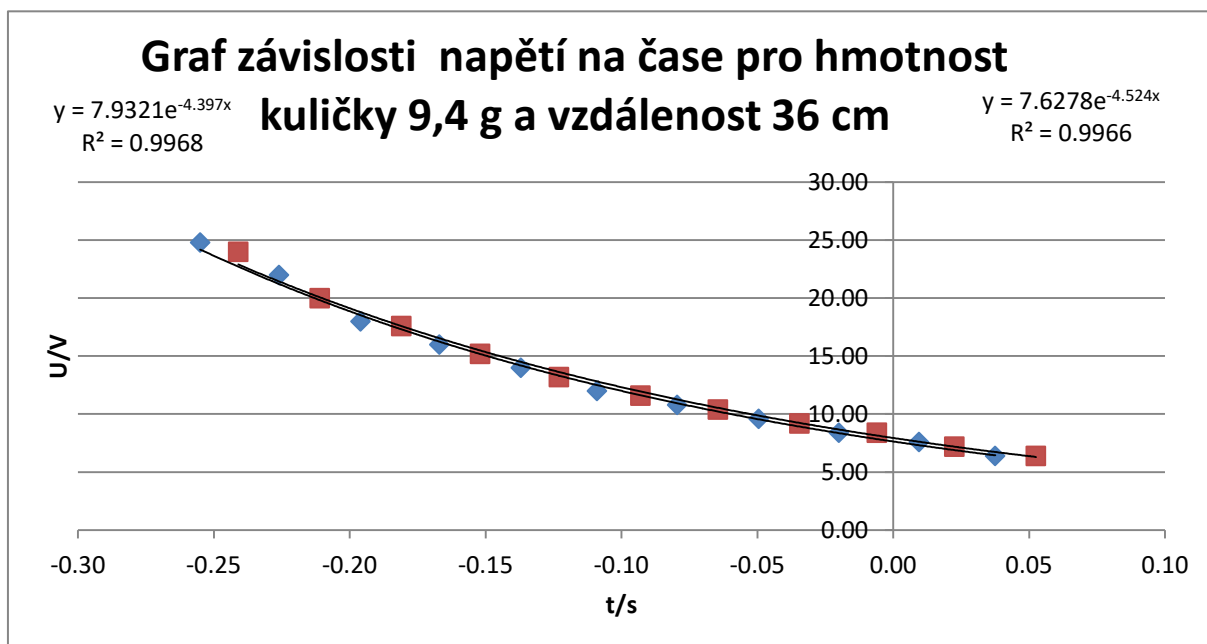
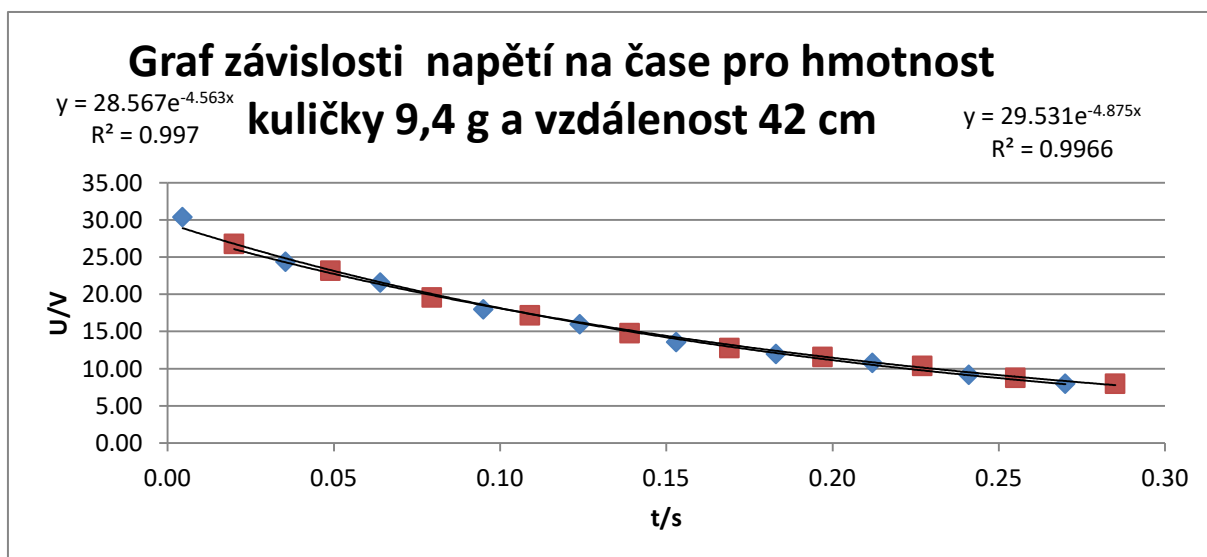
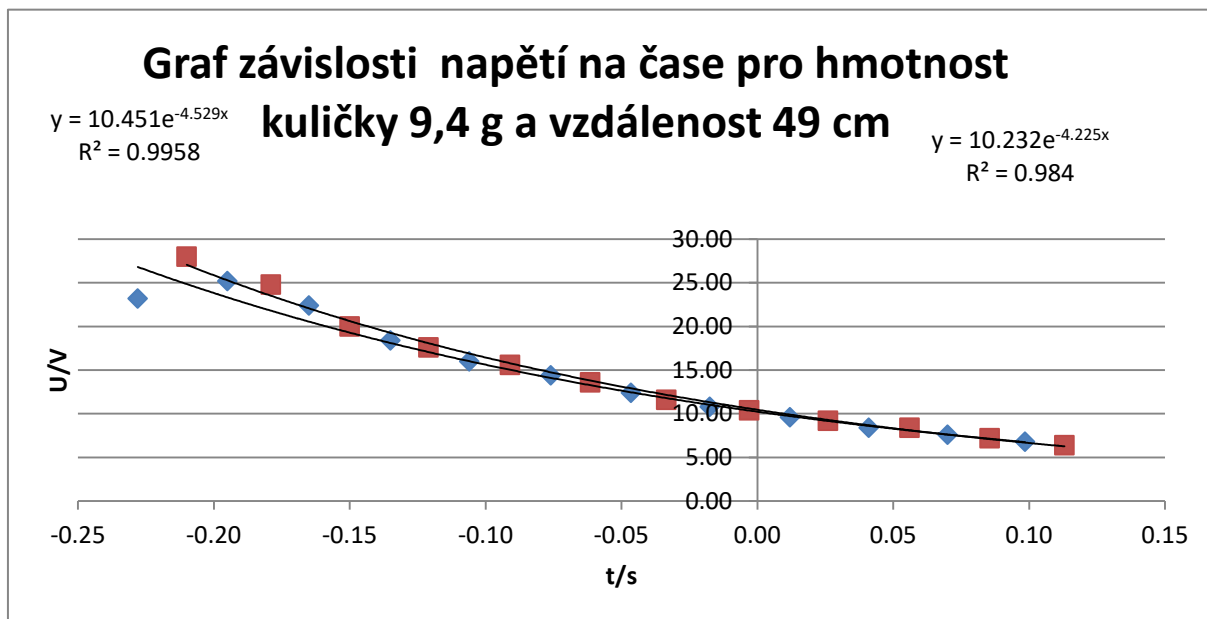
## kuličky 7,5 g a vzdálenost 10 cm

$$y = 6.7087e^{-3.642x}$$
$$R^2 = 0.9944$$

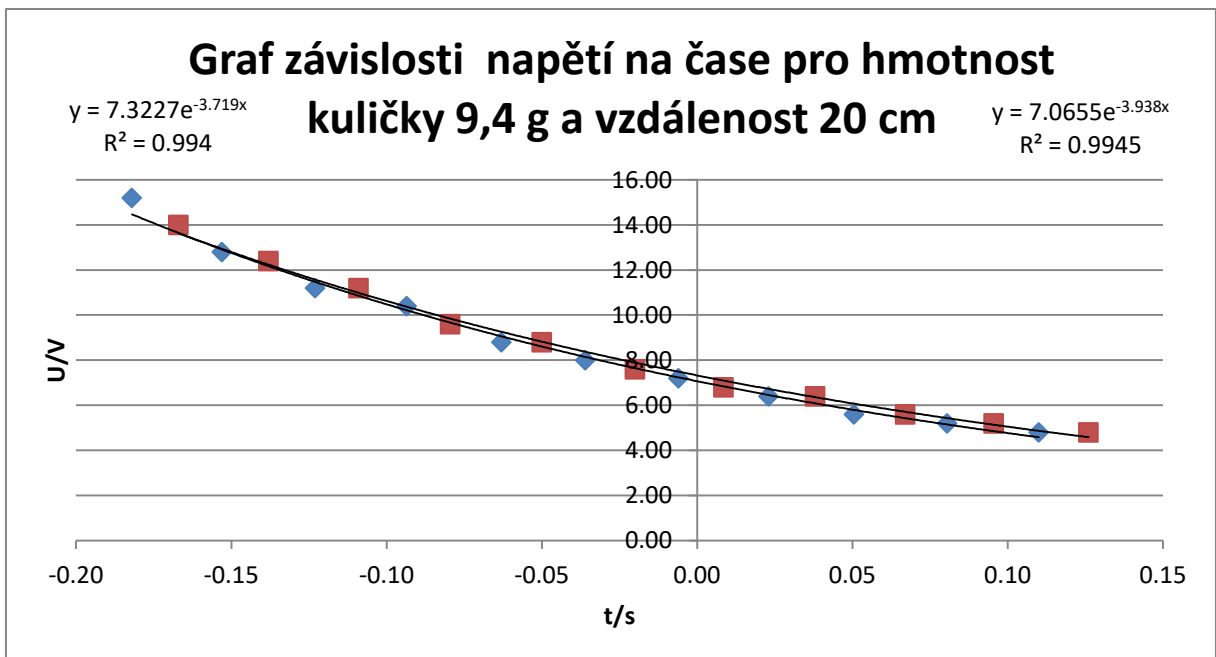
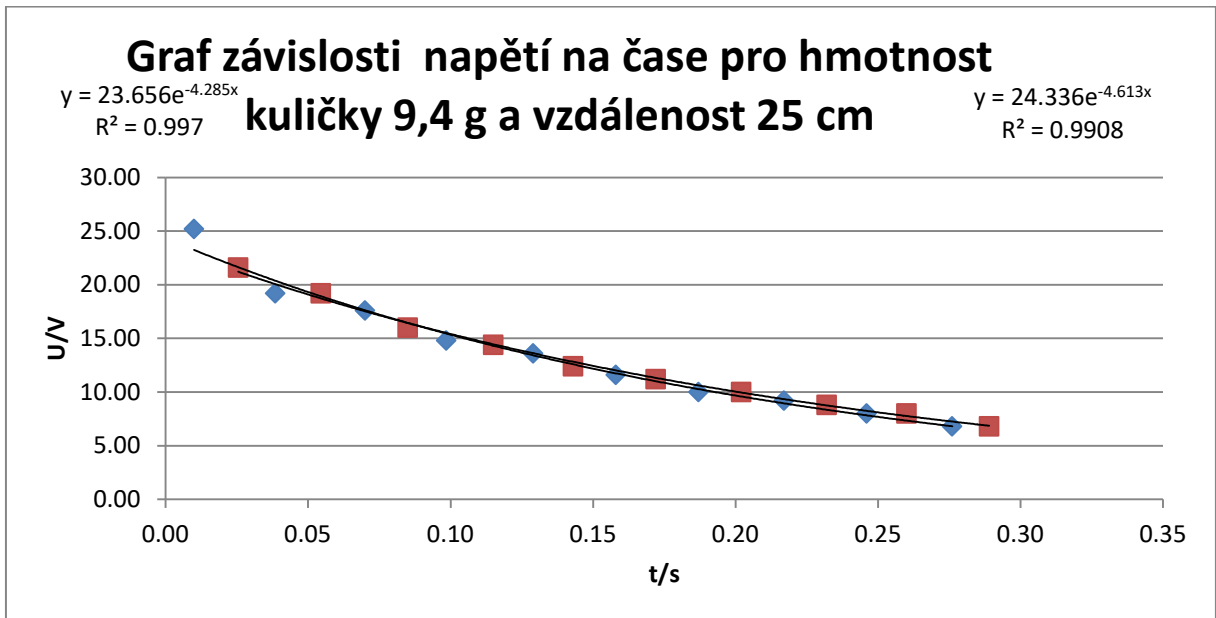
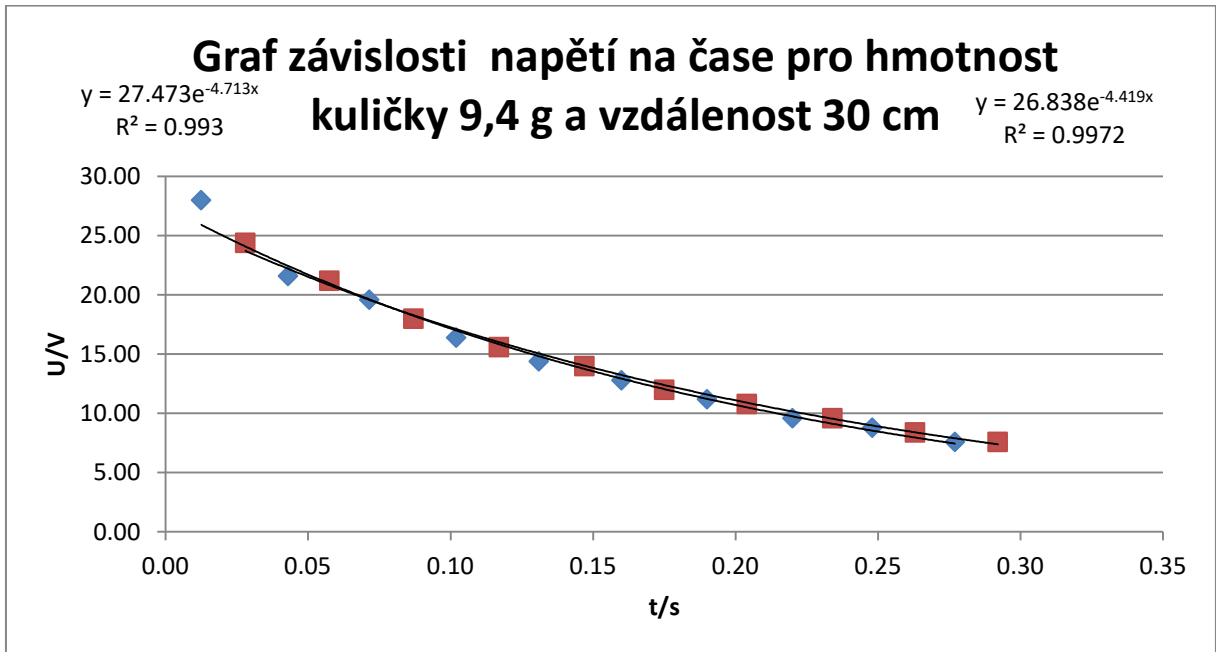
$$y = 6.9515e^{-3.57x}$$
$$R^2 = 0.9951$$



## Grafy závislosti napětí na čase pro hmotnost kuličky 9,4 g





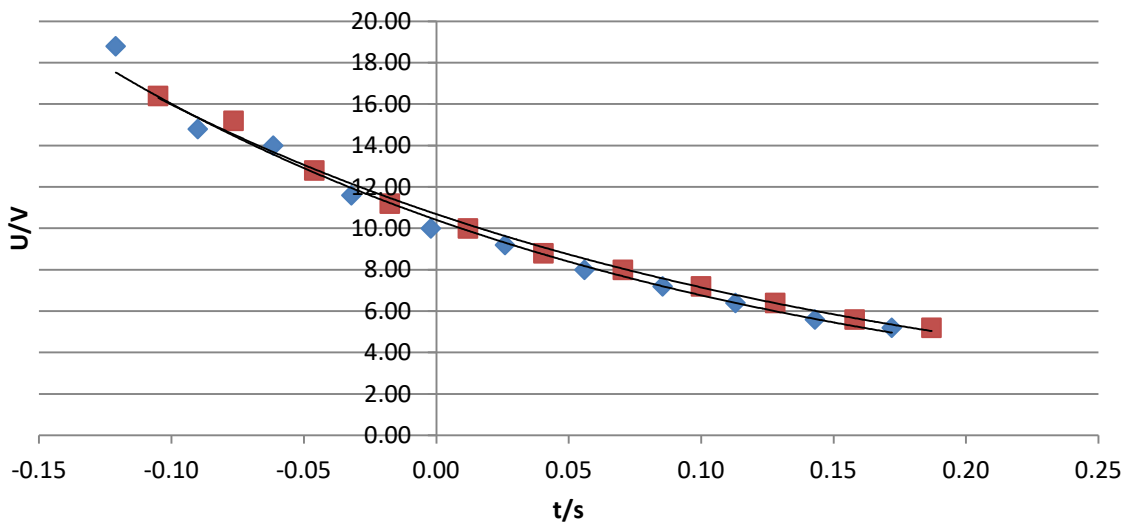


### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$$y = 10.684e^{-4.022x}$$
$$R^2 = 0.9966$$

kuličky 9,4 g a vzdálenost 16 cm

$$y = 10.406e^{-4.308x}$$
$$R^2 = 0.9925$$

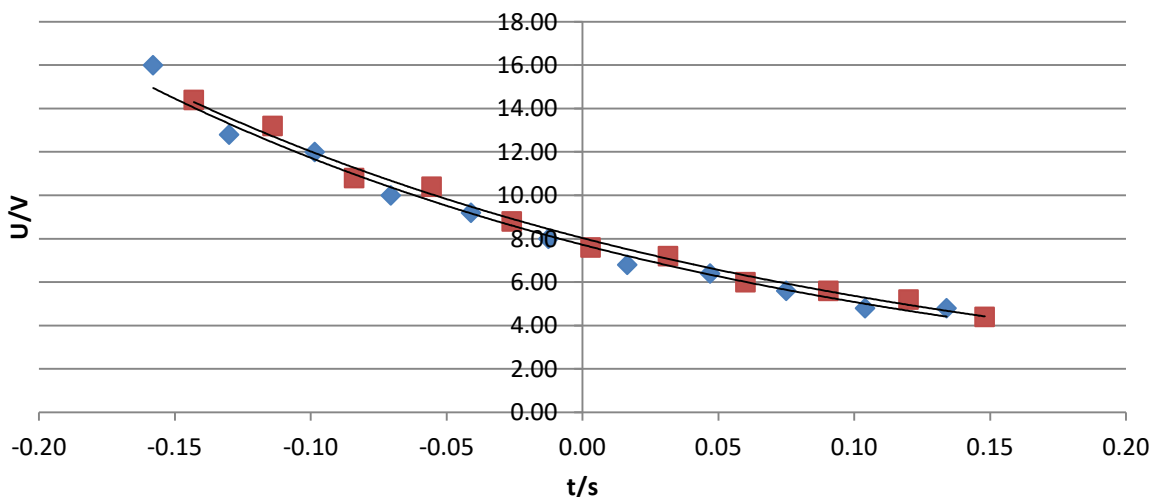


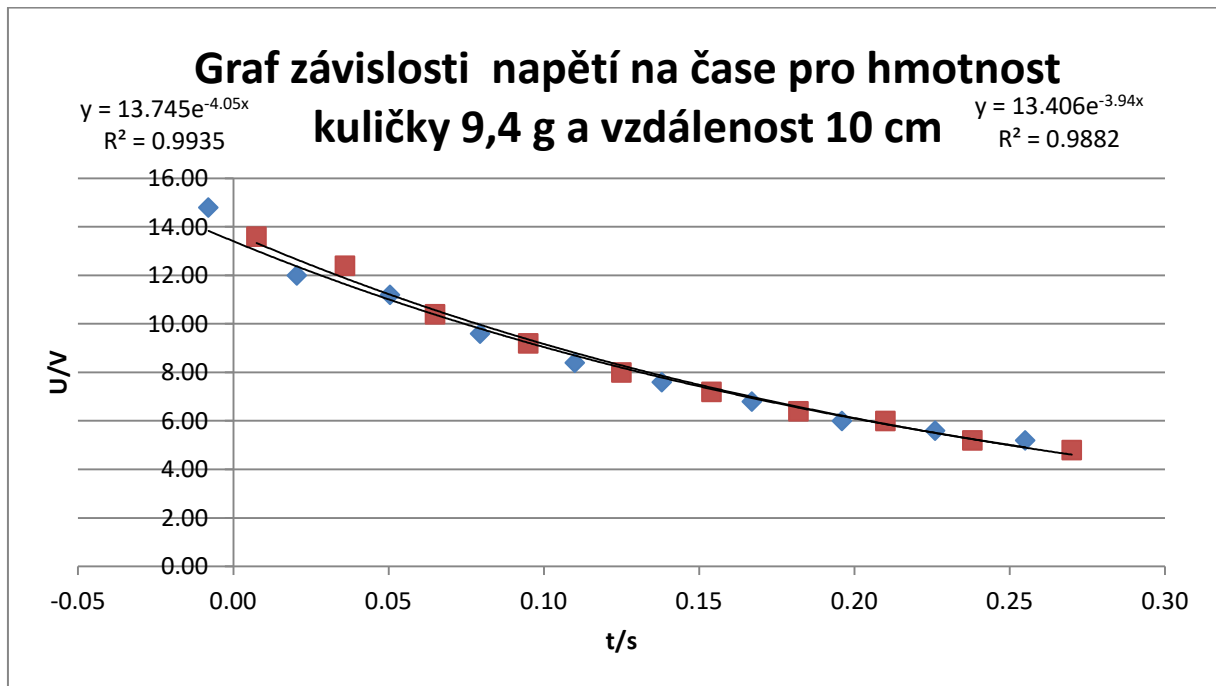
### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$$y = 8.029e^{-4.035x}$$
$$R^2 = 0.9923$$

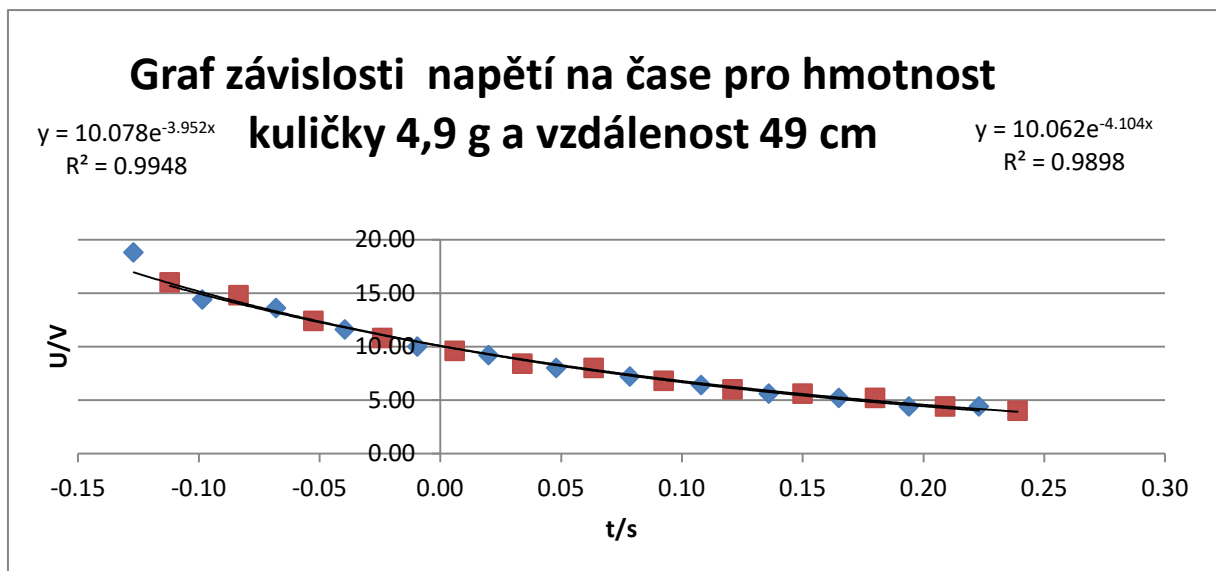
kuličky 9,4 g a vzdálenost 12 cm

$$y = 7.7194e^{-4.182x}$$
$$R^2 = 0.9874$$





### Grafy závislosti napětí na čase pro hmotnost kuličky 4,9 g

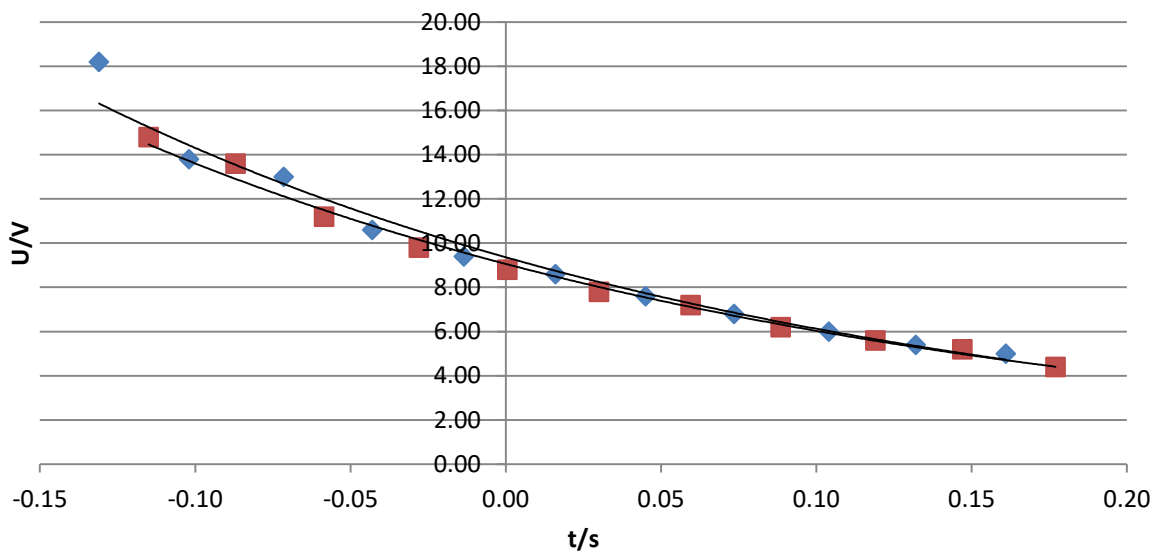


### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$$y = 9.0567e^{-4.069x}$$
$$R^2 = 0.9942$$

kuličky 4,9 g a vzdálenost 42 cm

$$y = 9.3595e^{-4.242x}$$
$$R^2 = 0.9856$$

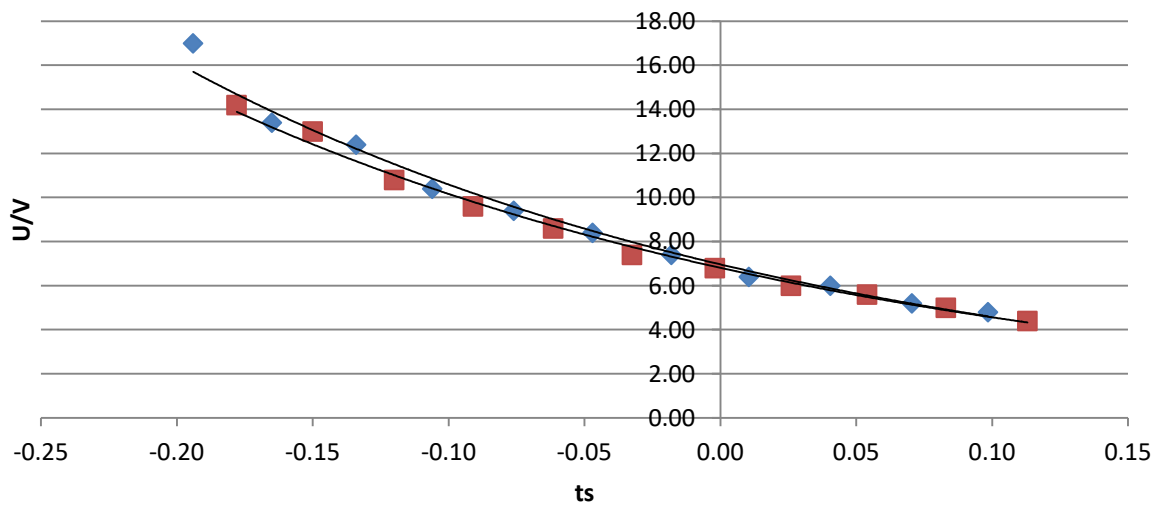


### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$$y = 6.8068e^{-4.006x}$$
$$R^2 = 0.9949$$

kuličky 4,9 g a vzdálenost 36 cm

$$y = 6.9609e^{-4.193x}$$
$$R^2 = 0.9915$$

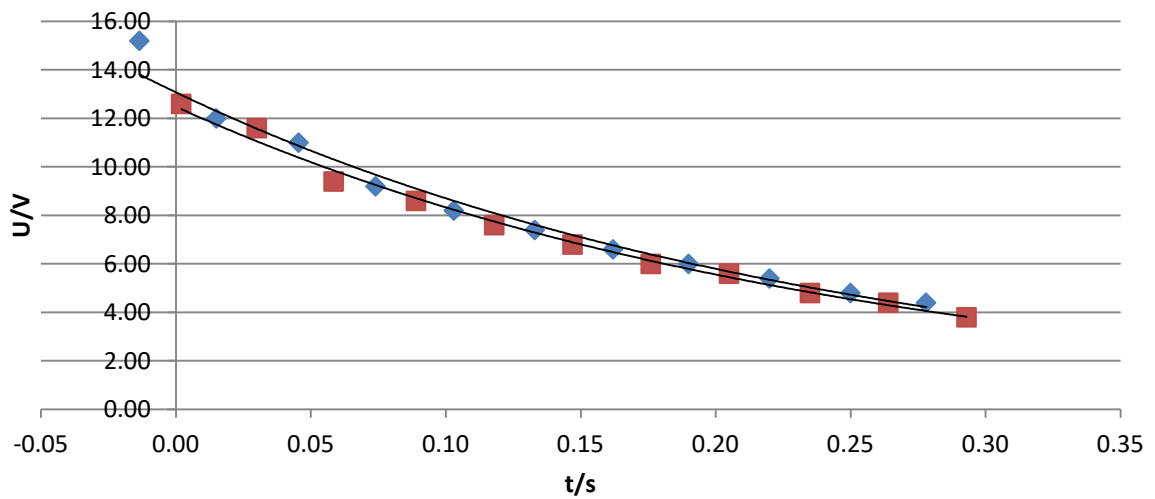


### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$$y = 12.476e^{-4.043x}$$
$$R^2 = 0.9952$$

**kuličky 4,9 g a vzdálenost 30 cm**

$$y = 13.069e^{-4.069x}$$
$$R^2 = 0.9884$$

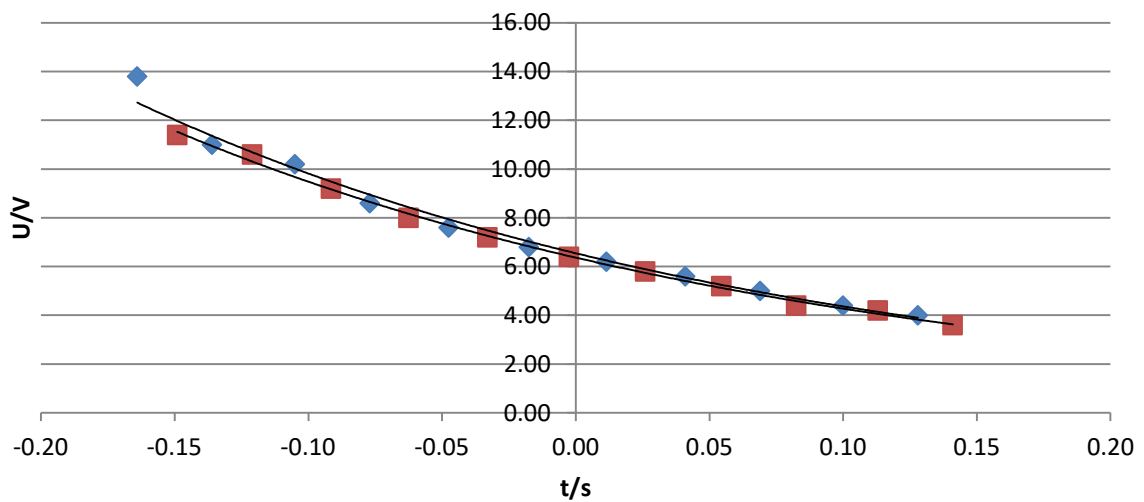


### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$$y = 6.3646e^{-3.985x}$$
$$R^2 = 0.9969$$

**kuličky 4,9 g a vzdálenost 25 cm**

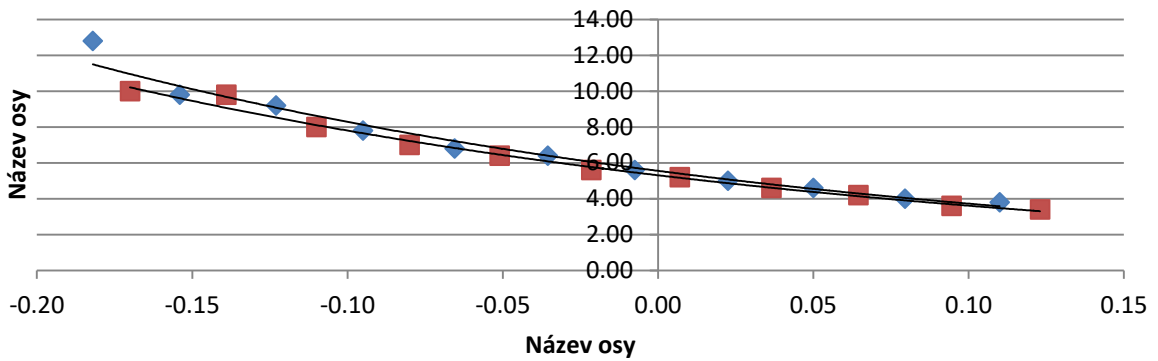
$$y = 6.5451e^{-4.053x}$$
$$R^2 = 0.9914$$



**Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost kuličky 4,9 g a vzdálenost 20 cm**

$y = 5.3054e^{-3.853x}$   
 $R^2 = 0.9927$

$y = 5.5526e^{-3.997x}$   
 $R^2 = 0.9844$

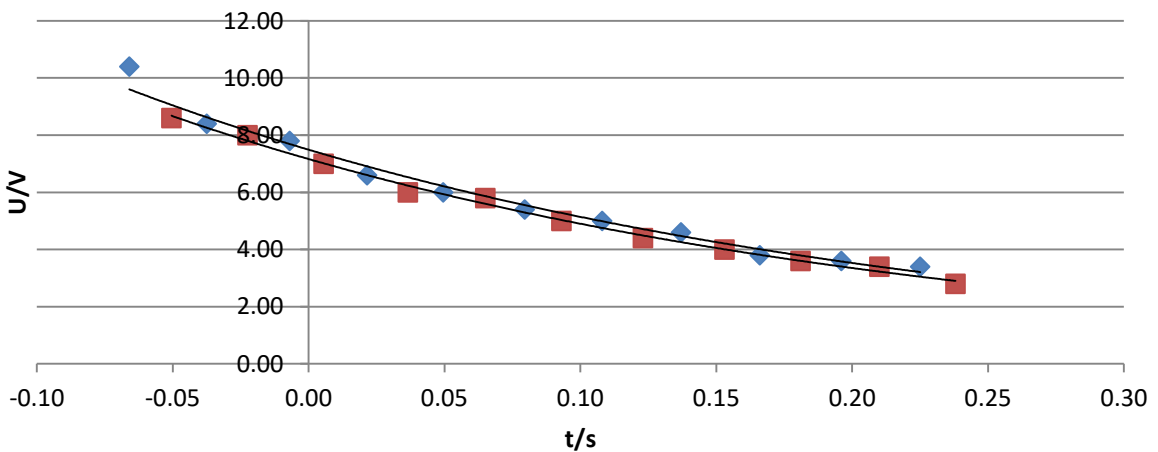


**Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost kuličky 4,9 g a vzdálenost 16 cm**

$y = 7.1627e^{-3.798x}$   
 $R^2 = 0.9941$

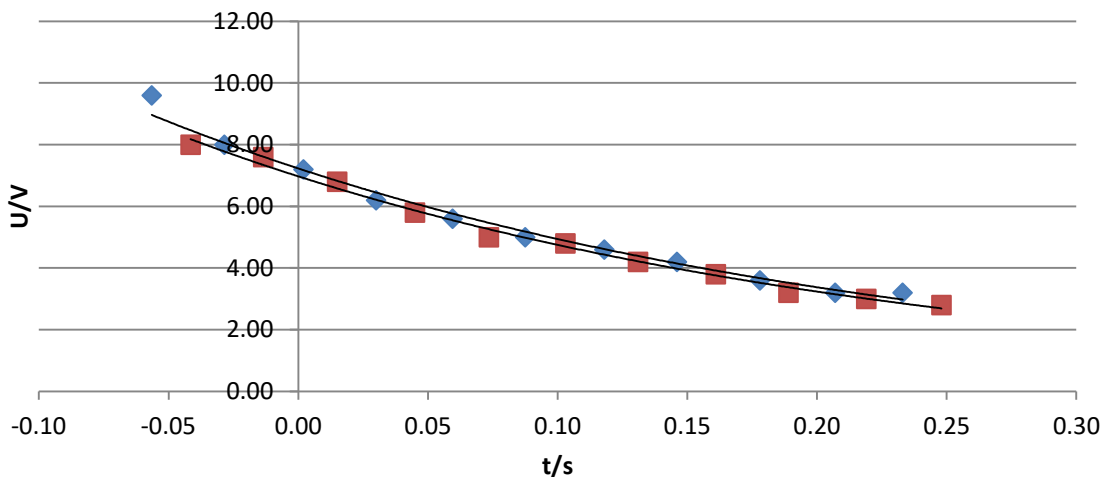
**kuličky 4,9 g a vzdálenost 16 cm**

$y = 7.4889e^{-3.765x}$   
 $R^2 = 0.9863$



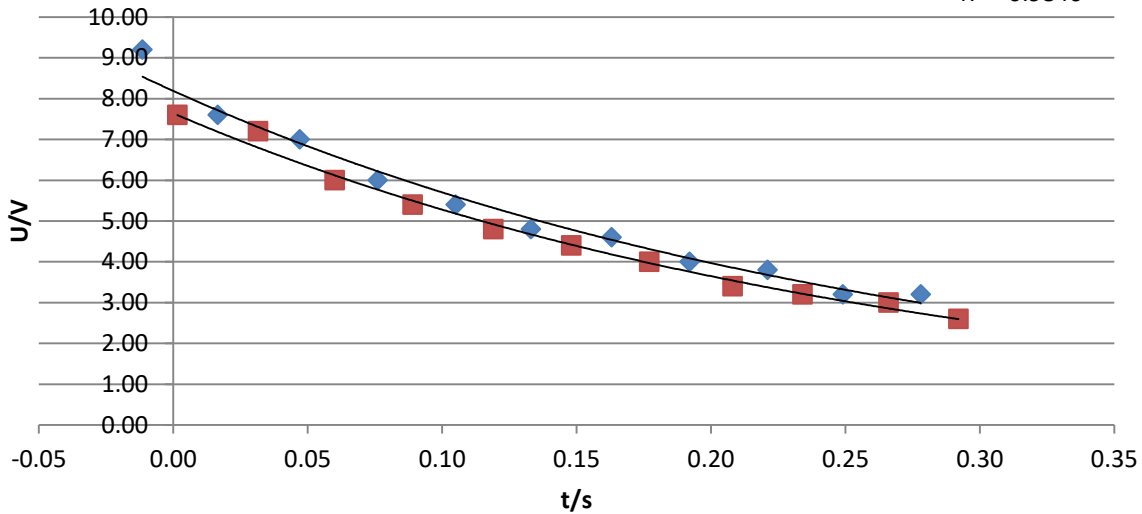
### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$y = 6.9714e^{-3.841x}$  **kuličky 4,9 g a vzdálenost 12 cm**  $y = 7.2277e^{-3.808x}$   
 $R^2 = 0.9924$   $R^2 = 0.9892$

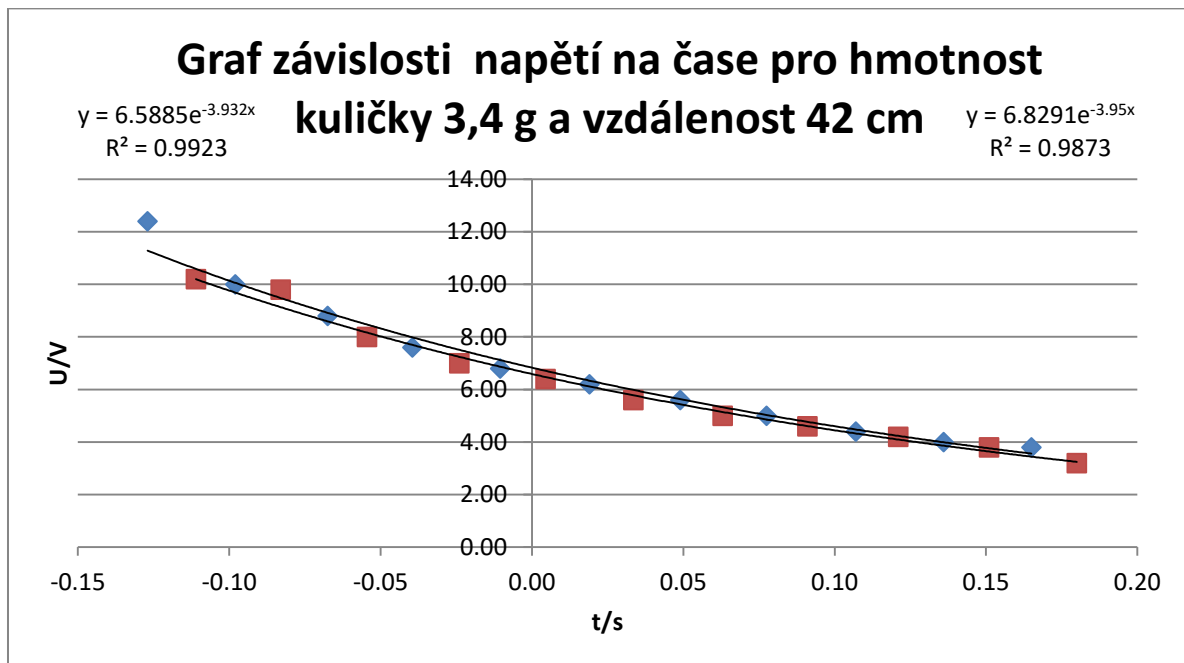
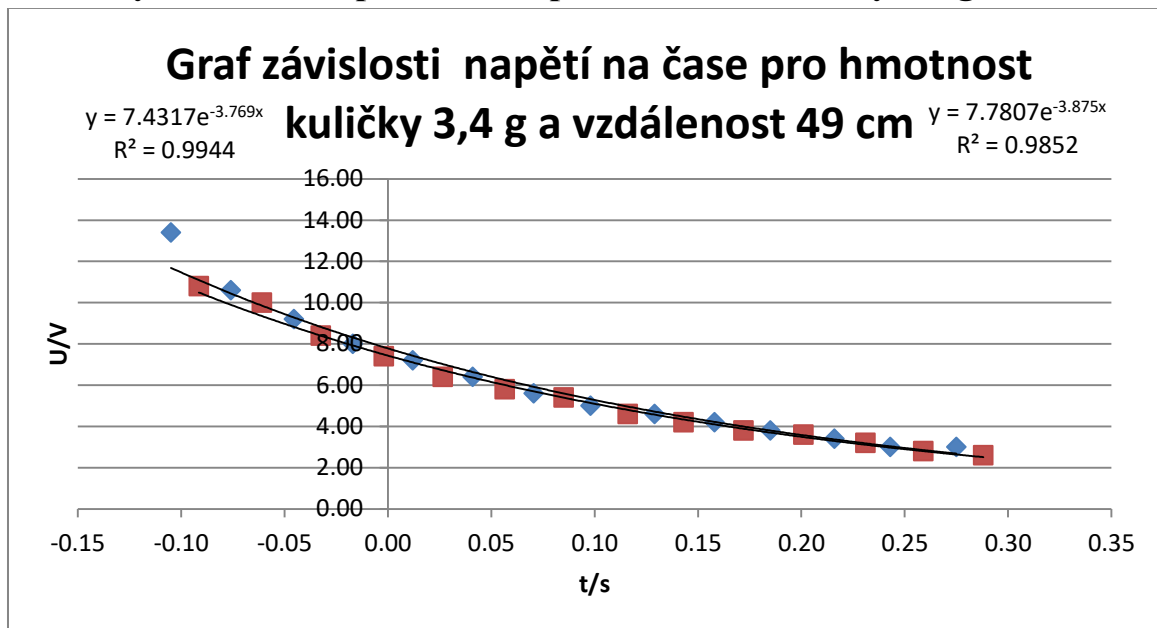


### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$y = 7.6398e^{-3.696x}$  **kuličky 4,9 g a vzdálenost 10 cm**  $y = 8.1889e^{-3.619x}$   
 $R^2 = 0.9932$   $R^2 = 0.9846$



## Grafy závislosti napětí na čase pro hmotnost kuličky 3,4 g

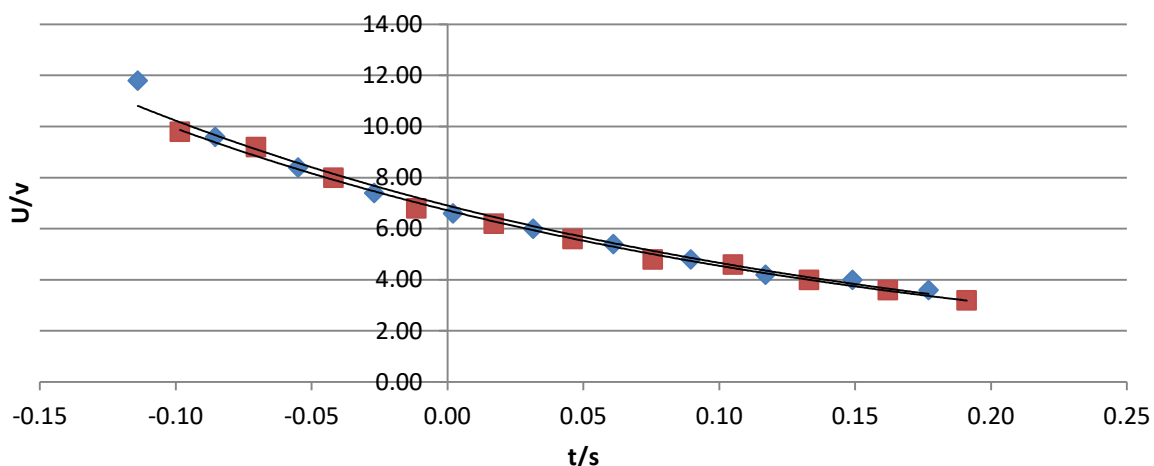




### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$y = 6.716e^{-3.903x}$   
 $R^2 = 0.9959$  **kuličky 3,4 g a vzdálenost 36 cm**

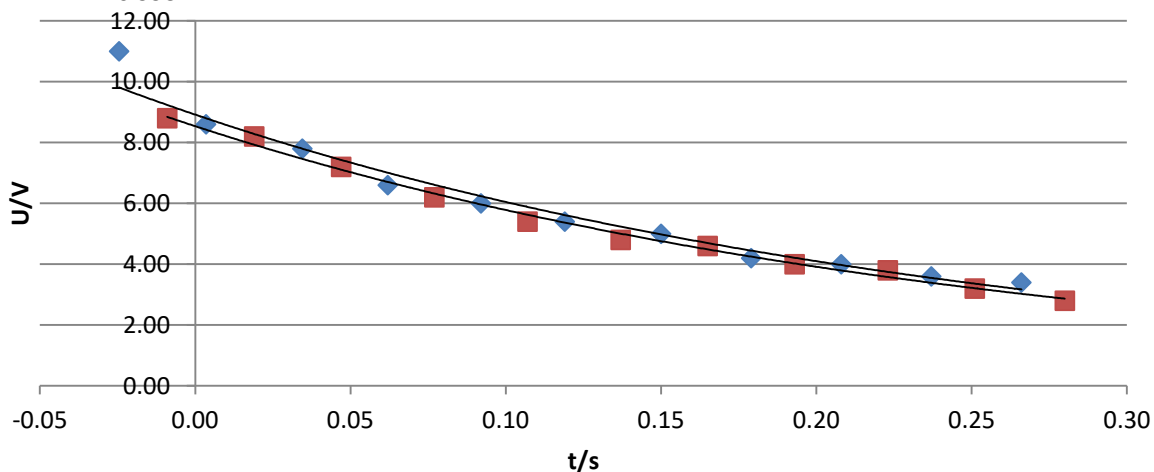
$y = 6.9042e^{-3.93x}$   
 $R^2 = 0.9888$



### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

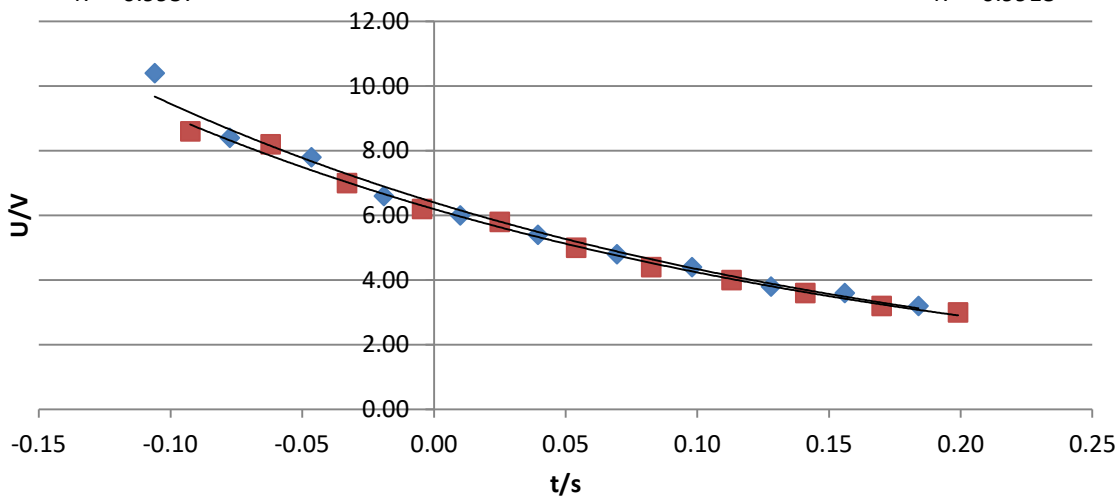
$y = 8.5335e^{-3.9x}$   
 $R^2 = 0.993$  **kuličky 3,4 g a vzdálenost 30 cm**

$y = 8.9132e^{-3.889x}$   
 $R^2 = 0.98$



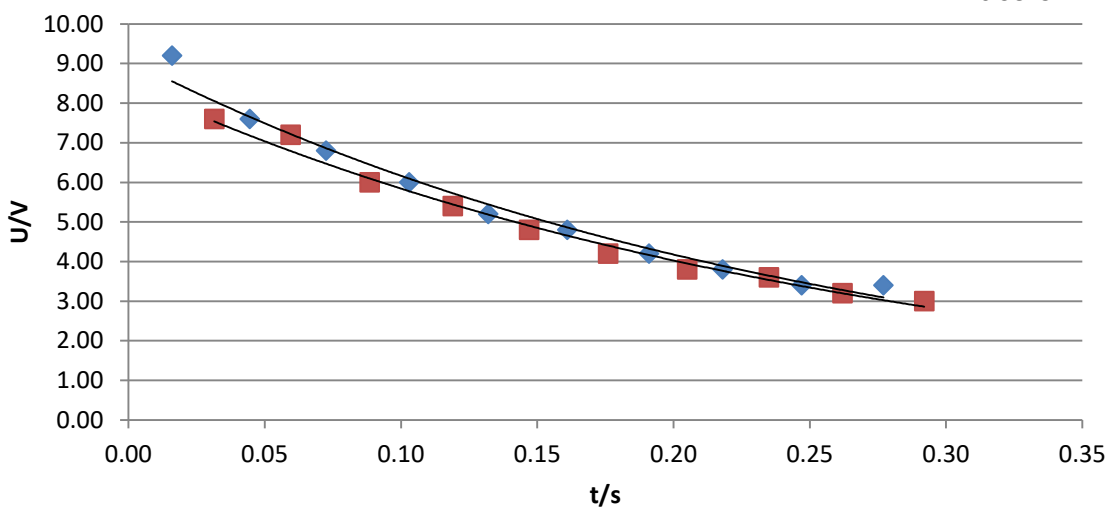
### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$y = 6.1936e^{-3.805x}$  **kuličky 3,4 g a vzdálenost 25 cm**  $y = 6.3991e^{-3.897x}$   
 $R^2 = 0.9957$   $R^2 = 0.9918$



### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$y = 8.4745e^{-3.719x}$  **kuličky 3,4 g a vzdálenost 20 cm**  $y = 9.1028e^{-3.895x}$   
 $R^2 = 0.989$   $R^2 = 0.9825$

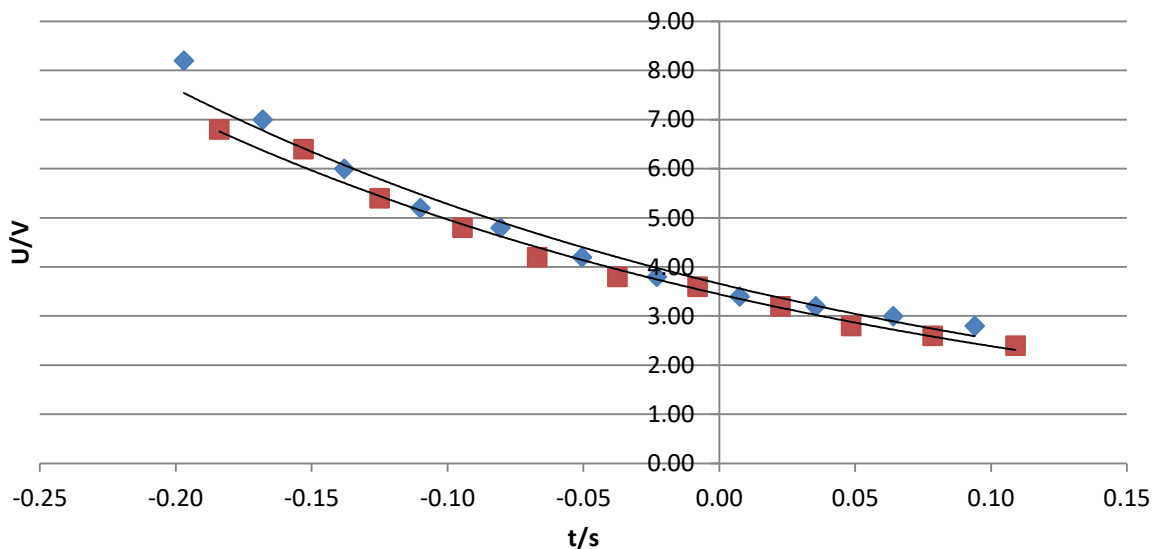


### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$$y = 3.4428e^{-3.664x}$$
$$R^2 = 0.9919$$

kuličky 3,4 g a vzdálenost 16 cm

$$y = 3.6581e^{-3.671x}$$
$$R^2 = 0.9801$$

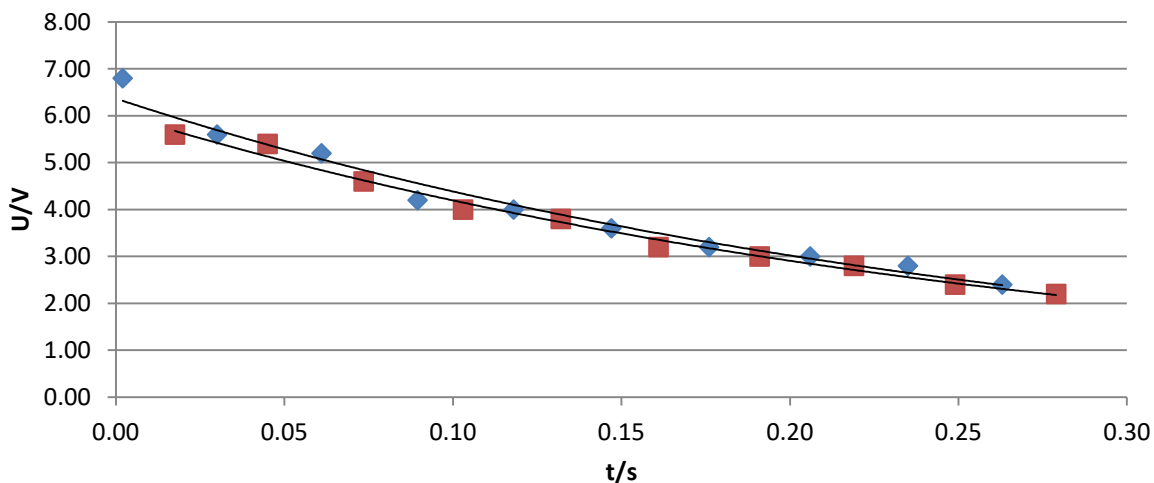


### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$$y = 6.0499e^{-3.666x}$$
$$R^2 = 0.9916$$

kuličky 3,4 g a vzdálenost 12 cm

$$y = 6.3651e^{-3.729x}$$
$$R^2 = 0.9814$$

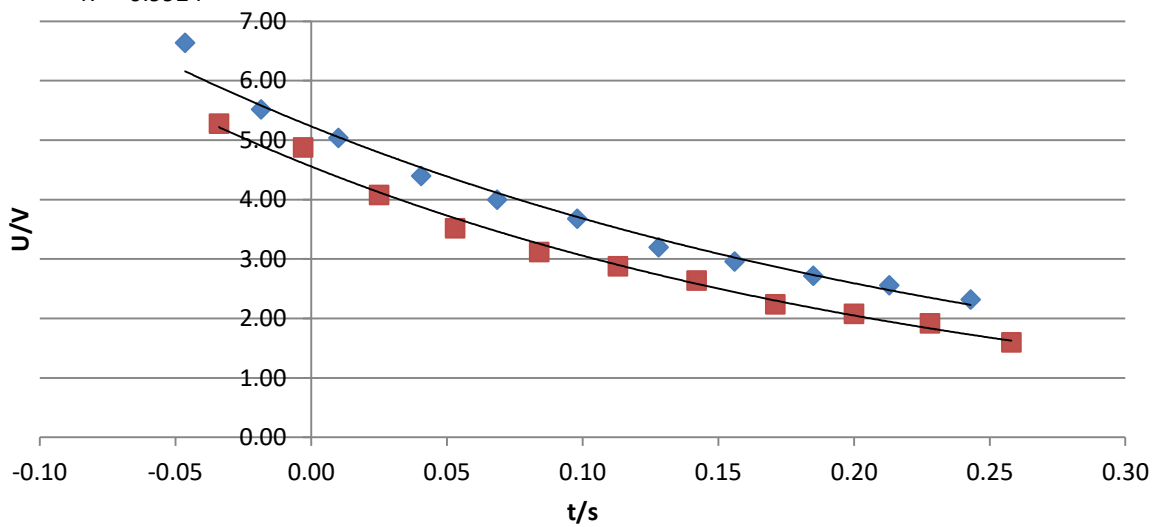


### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$$y = 4.5562e^{-3.994x}$$
$$R^2 = 0.9924$$

**kuličky 3,4 g a vzdálenost 10 cm**

$$y = 5.2318e^{-3.512x}$$
$$R^2 = 0.9891$$



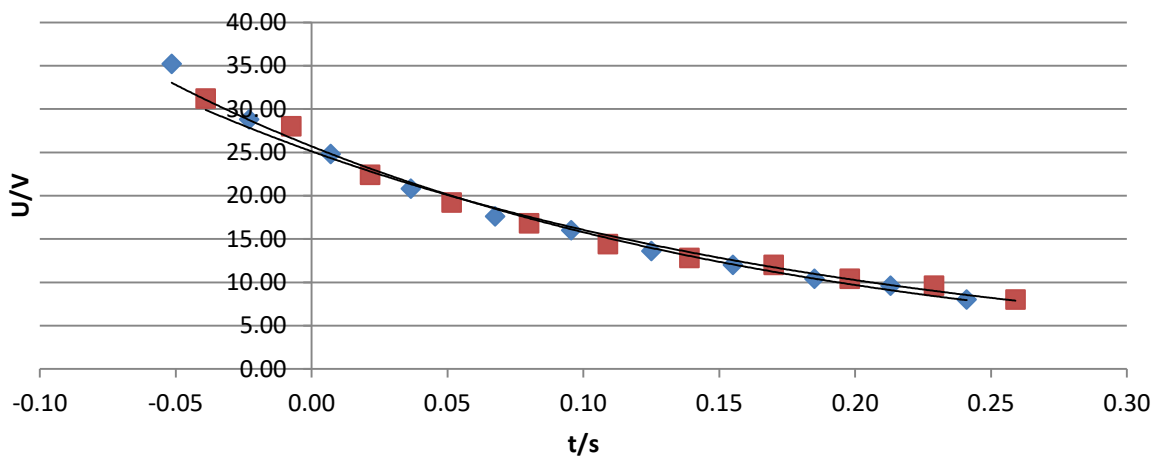
### Grafy závislosti napětí na čase pro hmotnost kuličky 11,7 g

### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$$y = 25.118e^{-4.475x}$$
$$R^2 = 0.9881$$

**kuličky 11,7 g a vzdálenost 49 cm**

$$y = 25.695e^{-4.875x}$$
$$R^2 = 0.995$$

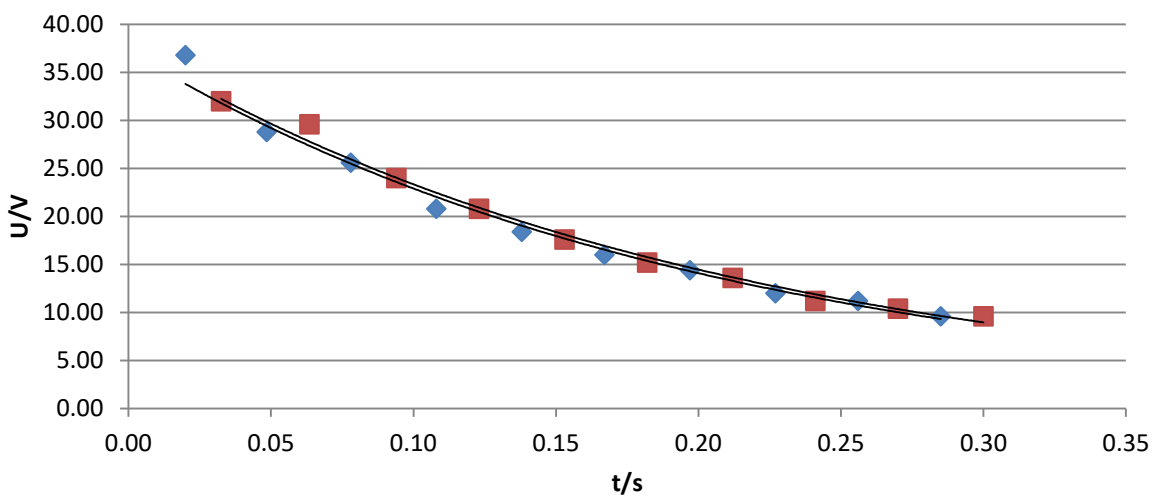


### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$$y = 37.67e^{-4.789x}$$
$$R^2 = 0.9913$$

kuličky 11,7 g a vzdálenost 42 cm

$$y = 37.244e^{-4.865x}$$
$$R^2 = 0.9902$$

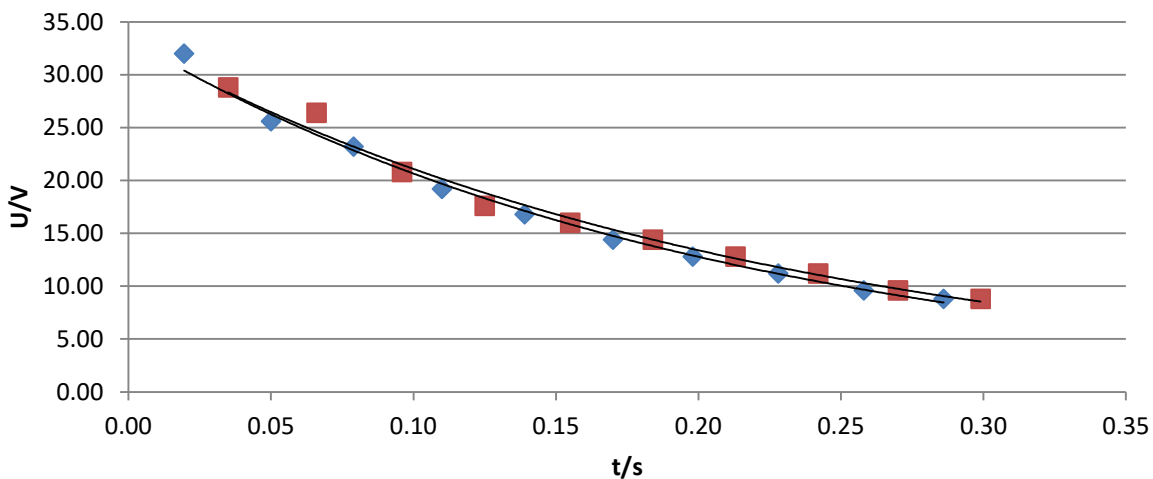


### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$$y = 33.211e^{-4.54x}$$
$$R^2 = 0.9912$$

kuličky 11,7 g a vzdálenost 36 cm

$$y = 33.388e^{-4.803x}$$
$$R^2 = 0.9959$$

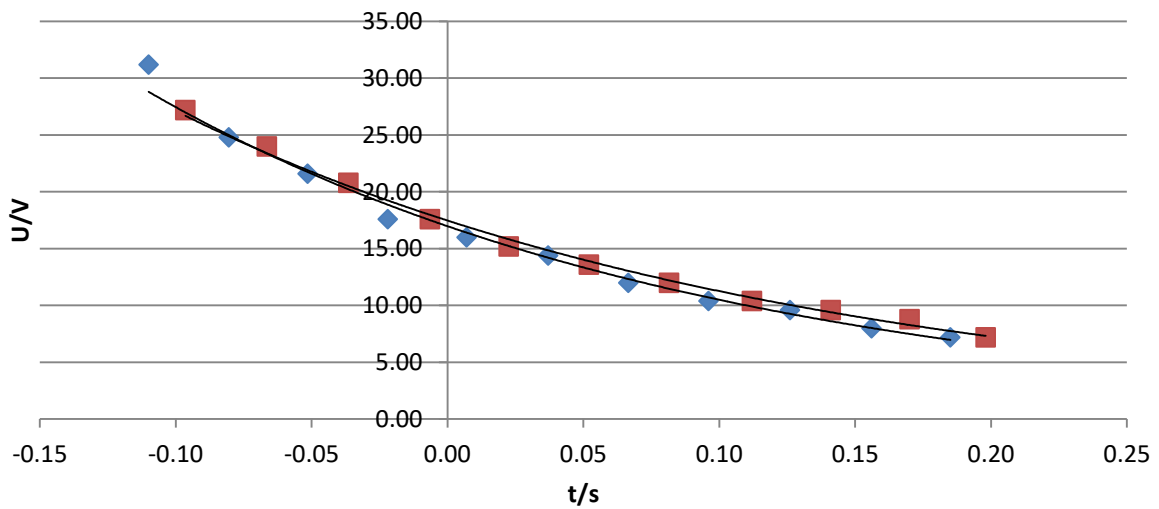


### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$$y = 17.465e^{-4.394x}$$
$$R^2 = 0.995$$

kuličky 11,7 g a vzdálenost 30 cm

$$y = 16.966e^{-4.81x}$$
$$R^2 = 0.9929$$

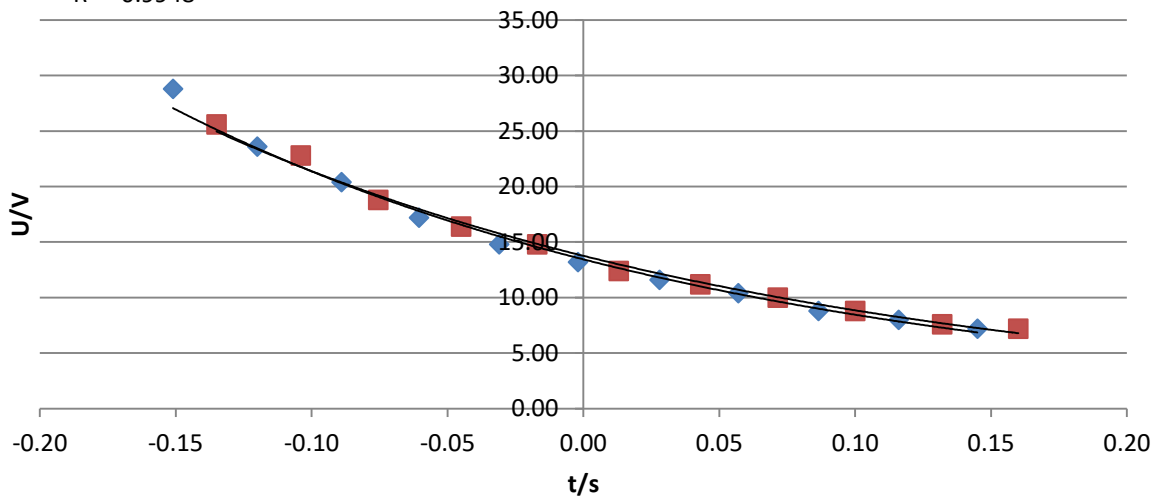


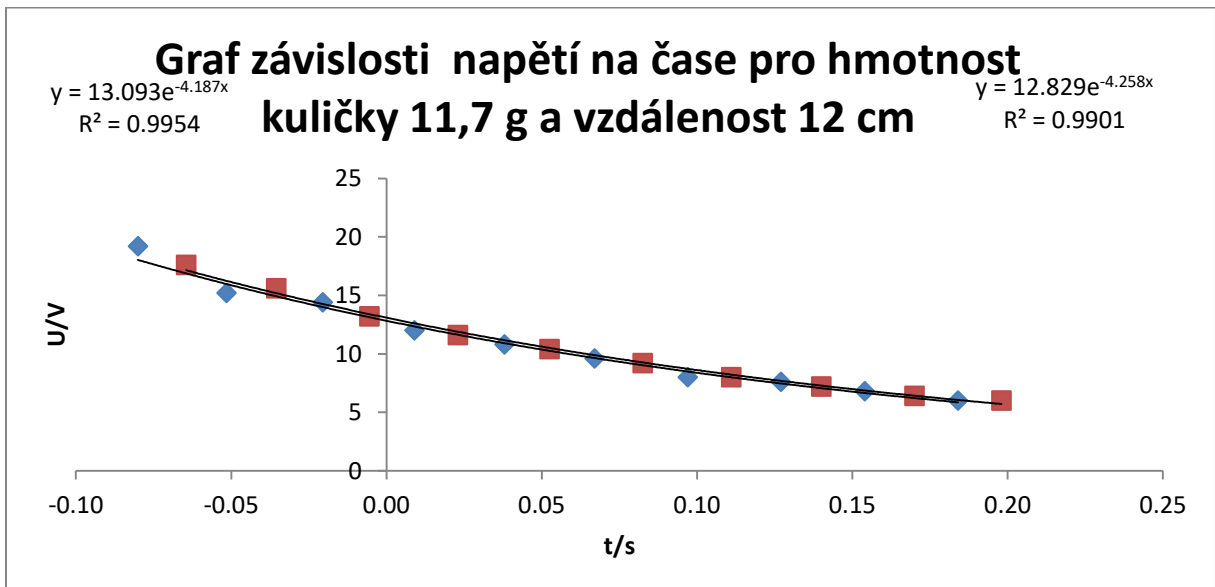
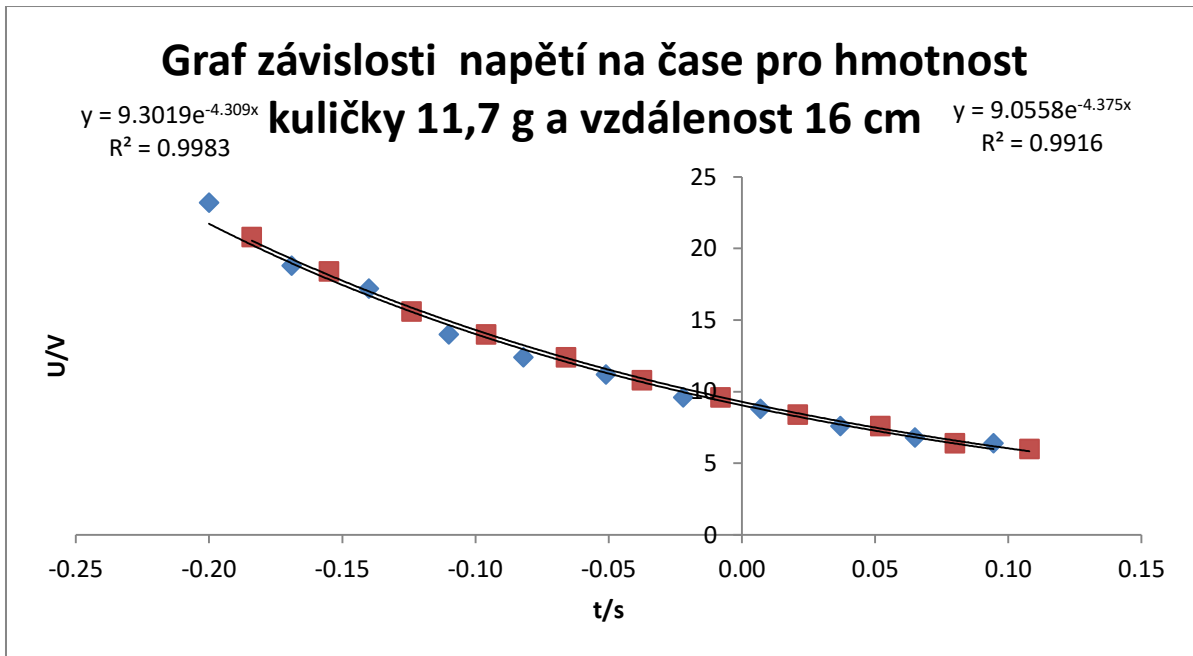
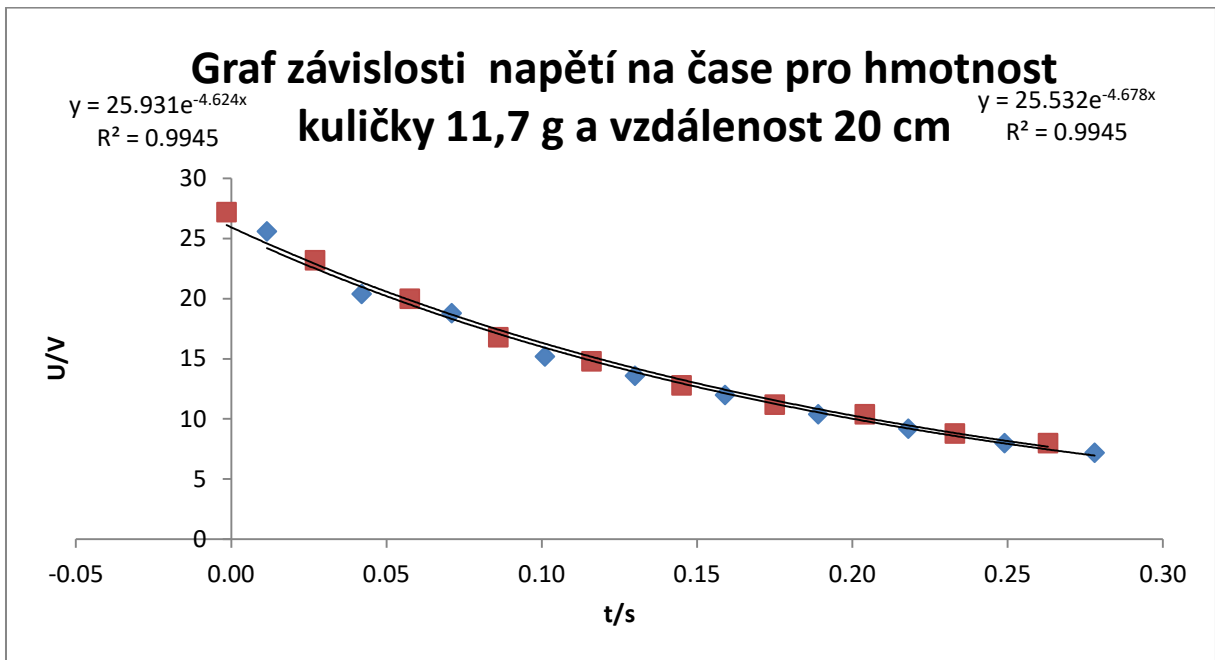
### Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$$y = 13.759e^{-4.41x}$$
$$R^2 = 0.9948$$

kuličky 11,7 g a vzdálenost 25 cm

$$y = 13.44e^{-4.634x}$$
$$R^2 = 0.9944$$





# Graf závislosti napětí na čase pro hmotnost

$$y = 12.845e^{-4x}$$
$$R^2 = 0.9951$$

kuličky 11,7 g a vzdálenost 10 cm

$$y = 12.855e^{-4.247x}$$
$$R^2 = 0.9914$$

