

30<sup>TH</sup> International Young Physicists' Tournament

Tým Talnet

## 3 – Single Lens Telescope

Dominika Tanglová  
Praha 2017

# Obsah

1	Zadání úlohy	3
1.1	Originální znění . . . . .	3
1.2	Překlad zadání . . . . .	3
2	Úvod	3
3	Teoretická část	3
3.1	Princip fungování dalekohledu . . . . .	3
3.1.1	Zobrazení čočkou . . . . .	4
3.1.2	Zobrazení dírkou . . . . .	5
3.1.3	Zobrazení systémem . . . . .	6
3.2	Základní parametry systému . . . . .	8
3.2.1	Zvětšení . . . . .	8
3.2.2	Rozlišení . . . . .	8
3.2.3	Omezení chodu paprsků, světelnost systému . . . . .	8
3.3	Zobrazovací výkon systému . . . . .	9
3.3.1	Hodnocení zobrazovacího výkonu . . . . .	9
3.3.2	Vliv čočky na zobrazovací výkon . . . . .	10
3.3.3	Vliv apertury na zobrazovací výkon . . . . .	11
4	Praktická část	11
4.1	Model systému . . . . .	11
4.1.1	Závislost velikosti obrazu bodu na velikosti dírky . . . . .	12
4.1.2	Závislost velikosti obrazu bodu na poloze dírky . . . . .	12
4.2	Experimentální ověření . . . . .	13
4.2.1	Metodika měření a postup . . . . .	14
4.2.2	Zpracování výsledků a výsledky . . . . .	15
5	Diskuse	20
6	Závěr	21
7	Přílohy	23

# 1 Zadání úlohy

## 1.1 Originální znění

A telescope can be built using a single lens, provided that a small aperture is used instead of an eyepiece. How do the parameters of the lens and the hole influence the image (e.g. magnification, sharpness and brightness)?

## 1.2 Překlad zadání

Dalekohled můžeme sestavit s pomocí jediné čočky, pokud nahradíme okulár malou aperturou. Jak parametry čočky a otvoru ovlivní obraz (např. zvětšení, ostrost a jas)?

# 2 Úvod

Již ve 14. století byly používány přístroje na přibližování vzdálených předmětů. Obrovský zájem veřejnosti ovšem vzbudila až patentová přihláška nizozemského výrobce čoček Hanse Lippersheye z Middelburgu z roku 1608. Konstrukce využívala jedné spojné a jedné rozptylné čočky. Systém byl následně vylepšen a použit k prvním vědeckým pozorováním italským astronomem Galileo Galileem [1]. Tyto prvotní návrhy se staly základním kamenem pro další vývoj dalekohledů a teleskopů. V dnešní době tvoří nejmodernější dalekohledy složité optické systémy či adaptivní dalekohledy umožňující potlačit vliv turbulencí atmosféry. Moderní technologie umožnily dosažení samotných fyzikálních limitů zobrazování.

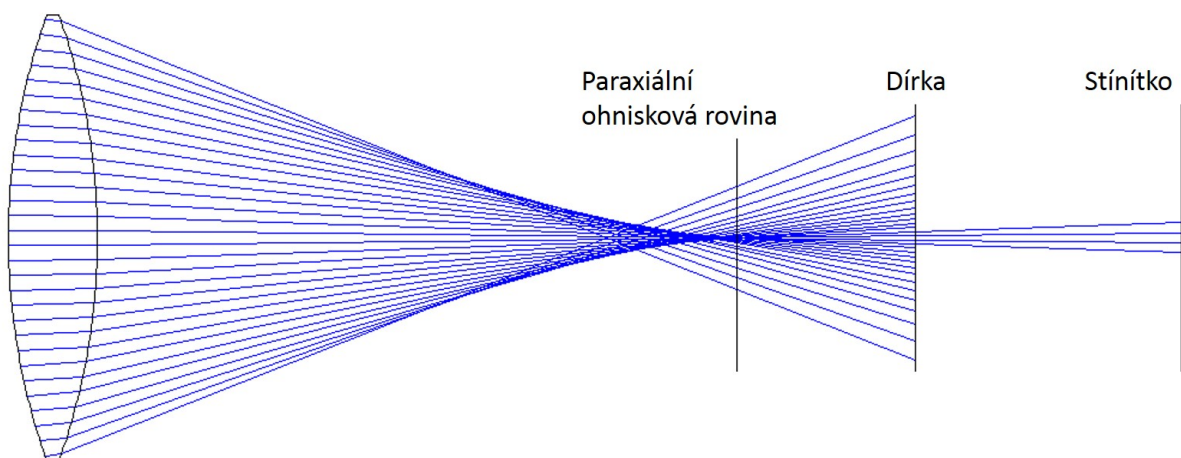
Cílem úlohy Single Lens Telescope je vlastní návrh jednoduché konstrukce dalekohledu využívající jedné čočky a jedné dírky nahrazující roli okuláru v dvoučočkovém dalekohledu a ověření zobrazovacích vlastností v závislosti na parametrech čočky a dírky. Ačkoliv je úloha poměrně jednoduchá na konstrukci, při studiu principu a zobrazovacích vlastností tohoto systému je využit rozsáhlý aparát optiky.

Pro analýzu zobrazovacího výkonu systému jsme využili simulací v softwaru pro návrh a analýzu optických systémů Zemax OpticStudio. Vypočetli jsme základní závislosti parametrů a výkonu systému na vlastnostech použité čočky a dírky. Získané výsledky poskytují důležité informace pro návrh optimálního dalekohledu. Rovněž bylo ověřeno zobrazování systému v reálných podmínkách a diskutována shoda výsledků s modelem.

# 3 Teoretická část

## 3.1 Princip fungování dalekohledu

Jednočočkový dalekohled se skládá z pouhých dvou základních věcí. Jako zvětšující prvek slouží spojná čočka ve funkci okuláru. Její hlavní funkcí je posbírání dostatečného množství světla a formování obrazu. Pro zobrazení obrazu vytvořeného čočkou je místo druhé čočky použita clonka s malou dírkou. V našem případě nahrazuje okulár (soustavu čoček ve funkci lupy, zvětšující předmět vytvořený objektivem). Na jednočočkový dalekohled lze tedy v přístupu paprskové optiky pohlížet jako na čočku, která vytvoří reálný obraz, který je potom následně pomocí dírky vyprojektován na stínítko. Nákres systému je na obrázku 1.



Obrázek 1: Jednočočkový teleskop - chod paprsků systémem. Výstup ze simulace v programu Zemax OpticStudio.

### 3.1.1 Zobrazení čočkou

Světlo – paprskovou optikou chápáno jako tok elektromagnetické energie – se v homogenním prostředí šíří přímočaře. Při dopadu na rozhraní dvou prostředí s různým indexem lomu dochází ke změně směru paprsků. Na rozhraní dochází k odrazu a lomu paprsků světla.

Odraz paprsků při popisu fungování jednočočkového dalekohledu můžeme zanedbat – měl by význam při podrobné analýze systému, kdy bychom uvažovali i projevy parazitních odrazů při vícenásobných odrazech na optických plochách. Tento neduh u systému nastává, ale jeho projev v obraze je zanedbatelný a započítání tohoto efektu by následnou analýzu zkomplikovalo. Zákon lomu je popsán Snellovým zákonem lomu

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1'} \quad (1)$$

kde  $\alpha$  je úhel dopadu paprsku,  $\beta$  úhel lomu,  $n_1$  a  $n_2$  jsou indexy lomu prostředí před a za rozhraním. Snellův zákon poskytuje dostatečný nástroj k popisu principu činnosti sférické spojné čočky, použité při návrhu dalekohledu. Cílem čočky je transformace rozbíhavého svazku paprsků na sbíhavý, a tedy vytváření obrazů. V paraxiální aproximaci sférická čočka fokusuje svazek rovnoběžných paprsků do svého obrazového ohniska. Bodový předmět se zobrazí jako ideální bodový obraz. V neparaxiálním režimu zobrazení se paprsky dopadající na sférickou čočku neprotínají v jednom bodě. Odchyly paprsků od ideálních paraxiálních paprsků určují aberace čočky.

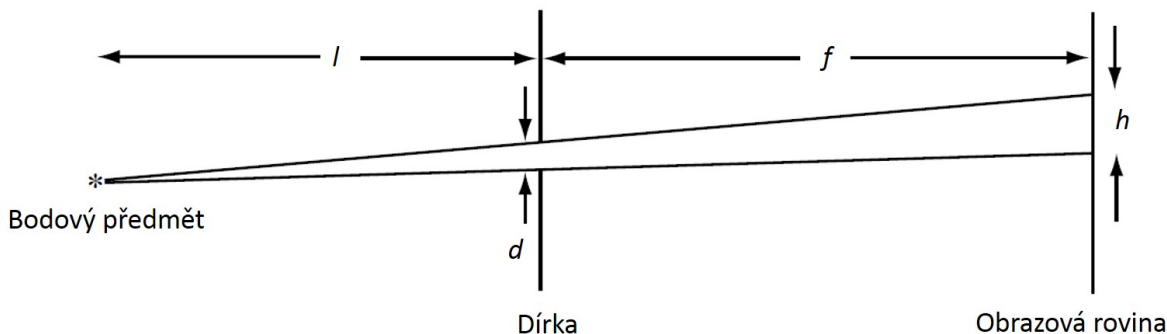
Za zákona lomu rovněž vyplývá, že základní vlastnosti čočky jako ohnisková vzdálenost, příčné měřítko zvětšení, světelnost apod. budou záviset na geometrických vlastnostech čočky (tvar ploch, středová tloušťka, velikost, materiál, ze kterého je čočka zhotovená) a její optické kvalitě.

V našem jednočočkovém systému tedy čočka vytváří obraz teoreticky nekonečně vzdáleného předmětu v obrazové ohniskové rovině. Změnou uvedených parametrů čočky měníme vlastnosti a kvalitu meziobrazu, který je následně zobrazen dírkou.

### 3.1.2 Zobrazení dírkou

Při objasnění principu zobrazování dírkou se vzhledem k použitým velikostem děrek můžeme omezit opět na paprskovou teorii světla. Vlnové teorie využijeme pouze při diskusi rozlišovací schopnosti dírkou.

Paprskově je možné se na zobrazení dírkou dívat jako na projekci bodů, na které je možné rozložit zobrazovaný předmět. Situace je pro zobrazení jednoho bodu názorně ukázaná na obrázku 2. Z geometrie je patrné, že obraz je stranově a výškově převrácený.



Obrázek 2: Projekce obrazu přes díрку - označení důležitých parametrů<sup>1</sup>

Obrazem bodu je v případě použití kruhové apertury kruhová ploška. Se zmenšujícím se průměrem dírkou se velikost této plošky zmenšuje a systém dosahuje lepšího rozlišení. Pro velikost plošky v obrazové rovině na základě geometrie na obrázku 2 platí [2]

$$h = \frac{d(l + f)}{l}, \quad (2)$$

kde  $f$  značíme ohniskovou vzdálenost dírkou.

Velikost plošky udává, jakého rozlišení systém dosahuje. Se zmenšujícím se průměrem dírkou se zlepšuje rozlišení, avšak při velkém zmenšení se začíná projevovat vlnová podstata světla a geometrické přiblížení není dostatečným modelem. V tomto případě je potřeba uvažovat difrakci (ohyb) světla na kruhovém otvoru. Omezíme-li se při popisu difrakce na tzv. daleké pole, je rozložení intenzity v dostatečné vzdálenosti za dírkou dáno Fourierovou transformací kruhové apertury [3], čemuž odpovídá difrakční obrazec na obrázku 3 (tzv. Airyho obrazec).

Pro průměr centrální části platí

$$h_V = 2,44 \frac{\lambda f}{d}, \quad (3)$$

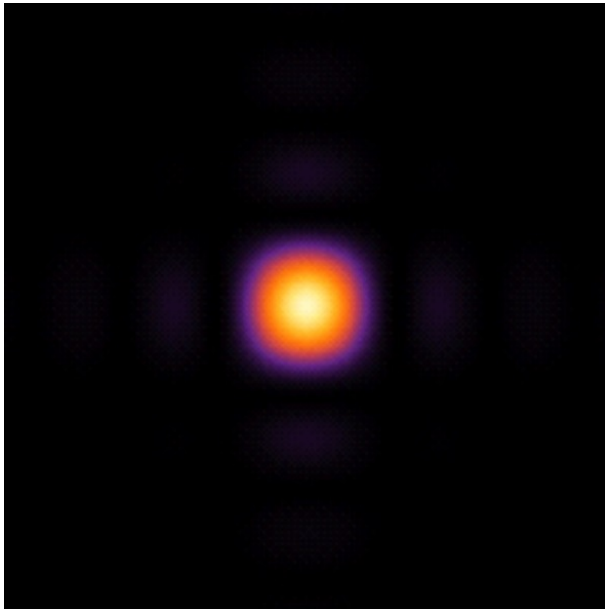
a je tedy zřejmé, že se zmenšujícím se průměrem dírkou se zhoršuje rozlišovací schopnost systému. Existuje tedy určitá optimální velikost dírkou, se kterou dosáhneme nejlepšího rozlišení. Pro konkrétně zvolené parametry je závislost velikosti dírkou na rozlišení systému na obrázku 4

Zvětšení dírkou

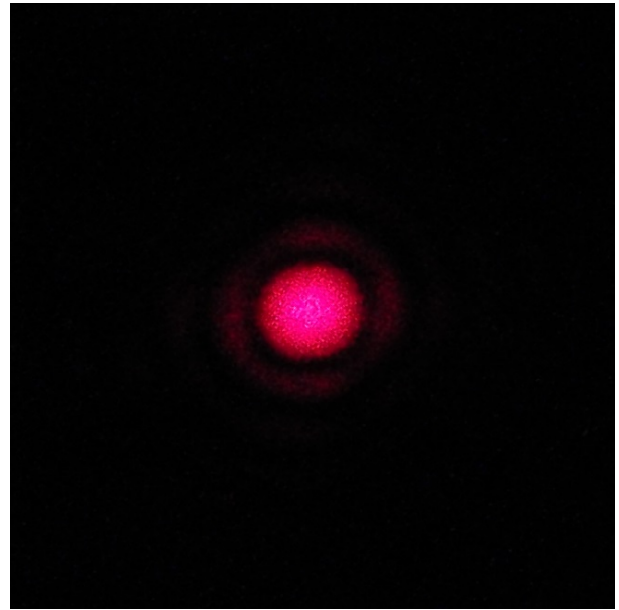
Příčné zvětšení systému je definováno jako [4]

$$m = \frac{h_o}{h_p}, \quad (4)$$

<sup>1</sup>Obrázek převzat z [2] a upraven.



(a) Simulace v Mathematice



(b) Experiment - difrakce koherentního záření

Obrázek 3: Difrakce světla na kruhovém otvoru

kde  $h_o$  je velikost obrazu a  $h_p$  velikost předmětu. Pro zvětšení systému při uvážení paprskové teorie z geometrie na obrázku 2 a vztahu (4) plyne [2], že

$$m_1 = \frac{f}{l}. \quad (5)$$

Je tedy zřejmé, že závisí na relativní poloze dírky vzhledem k předmětu a stínítku.

Předpokládáme-li, že se uplatní oba jevy, má výsledný obrazec průměr  $H$  daný součtem průměrů určených rovnicí (2) a (3). Pro názornější představu je závislost uvedena na obrázku 4. Sečtením rovnic a vyšetřením extrémální hodnoty této funkce v závislosti na průměru dírky vychází pro optimální velikost dírky jednoduchá závislost [7]

$$H = \sqrt{2.44 \frac{\lambda f}{1 + m_1}}. \quad (6)$$

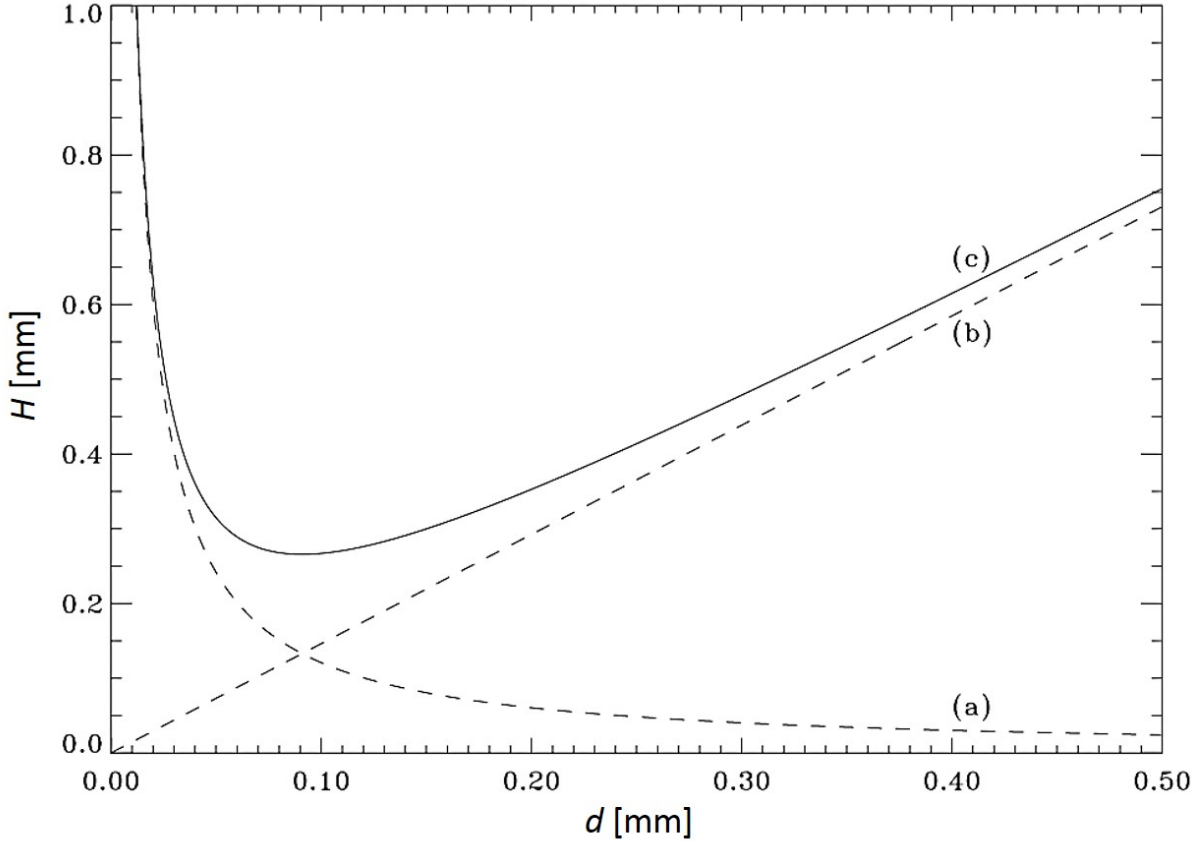
Důležitým parametrem dírky je clonové číslo  $c$

$$c = \frac{f}{d}. \quad (7)$$

Clonové číslo úzce souvisí se světelností dírky. Čím menší clonové číslo, tím větší světelnost systému. Jak bylo diskutováno výše, u dostatečně velkých průměrů se ovšem rapidně zhoršuje rozlišení. V praktické části tedy bude světelnost systému hrát zásadní roli při omezení rozsahu použitelných ohniskových vzdáleností dírky  $f$ .

### 3.1.3 Zobrazení systémem

Jak jsme již předeslali, na celý zobrazovací systém lze pohlížet jako na dvoustupňový zobrazovací systém - čočka vytváří obraz, který je dále zobrazen dírkou na stínítku. Zvětšení celého systému je



Obrázek 4: Velikost obrazu bodu  $H$  jako funkce průměru dírky. a) předpověď vlnové teorie, b) předpověď paprskové teorie, c) kombinace vlnové a paprskové teorie. Graf vykreslen pro  $f = 18$  mm a  $l = 39$  mm.<sup>2</sup>

možné spočítat podle vztahu

$$M = m_1 m_2. \quad (8)$$

Zvětšení čočky  $m_2$  je dané rovnicí [4]

$$m_2 = -\frac{a' - f_c}{f_c}, \quad (9)$$

kde  $f_c$  je ohnisková vzdálenost čočky, a  $a'$  je poloha obrazu. Zvětšení dírky je určeno rovnicí 2. Pro velikost celkové zvětšení tedy získáváme

$$|M| = \left| -\frac{f(f_c + l - d)}{f_c l} \right|. \quad (10)$$

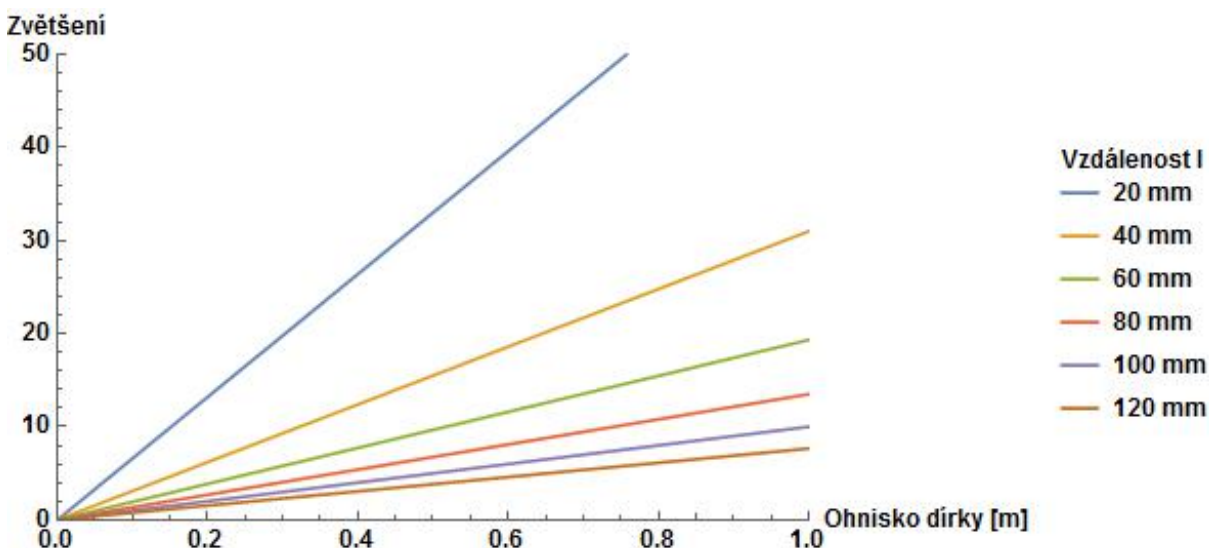
Ostatní parametry systému jsou diskutovány v kapitole 3.2, zobrazovací výkon systému je analyzován v kapitole 3.3. Na parametry a kvalitu systému má samozřejmě také vliv celá řada dalších věcí – nedokonale vycentrovaná čočka a dírka, samotný tvar dírky – vzhledem ke kruhové symetrii sférické čočky při analýze systému předpokládáme použití pouze sférické dírky apod. K rozboru jsme vybrali klíčové parametry, tedy ty, které mají na zobrazování největší vliv.

<sup>2</sup>Obrázek převzat z [2] a upraven.

## 3.2 Základní parametry systému

### 3.2.1 Zvětšení

Velikost celkového příčného zvětšení systému je určena vztahem (10). Závisí tedy na kombinaci parametrů: ohniskové vzdálenosti použité čočky a dírky, pozici předmětu vzhledem k čočce a pozici dírky vzhledem k čočce. Simulace pro různé konfigurace systému byla vytvořena v programu Mathematica, tento model je užitečný při návrhu dalekohledu s proměnným zvětšením. Ukázka výstupu závislosti zvětšení na ohniskové vzdálenosti dírky je pro 6 různých vzdáleností dírky od obrazu bodu vytvořeného čočkou  $l$  na obrázku 5.



Obrázek 5: Zvětšení jednočočkové dalekohledu tvořeného čočkou o ohniskové vzdálenosti 250 mm a dírkou o průměru 0,6 mm v závislosti na ohniskové vzdálenosti dírky. Závislost vykreslena pro 6 různých vzdáleností dírky od obrazu bodu vytvořeného čočkou.

Typicky se dalekohledem díváme na vzdálené předměty a v takovémto případě vzniká obraz blízko ohniskové roviny čočky. Z grafu (obrázek 5) je pro zobrazení předmětu v dostatečné vzdálenosti od čočky patrné, že s přibližováním dírky k ohniskové rovině čočky roste zvětšení.

### 3.2.2 Rozlišení

Rozlišovací schopnost celkového systému je v praktické realizaci limitovaná především použitou dírkou. Je potřeba mít na paměti, že zvětšení je úzce spjato s rozlišovací schopností. Chceme-li dosáhnout většího zvětšení a mít co nejmenší vliv na rozlišovací schopnost celého systému, je potřeba aby se na výsledném zvětšení co nejvíce podílela zobrazovací čočka. Diskuse optimální velikosti pinholy s ohledem na rozlišovací schopnost byla předmětem kapitoly 3.2.1.

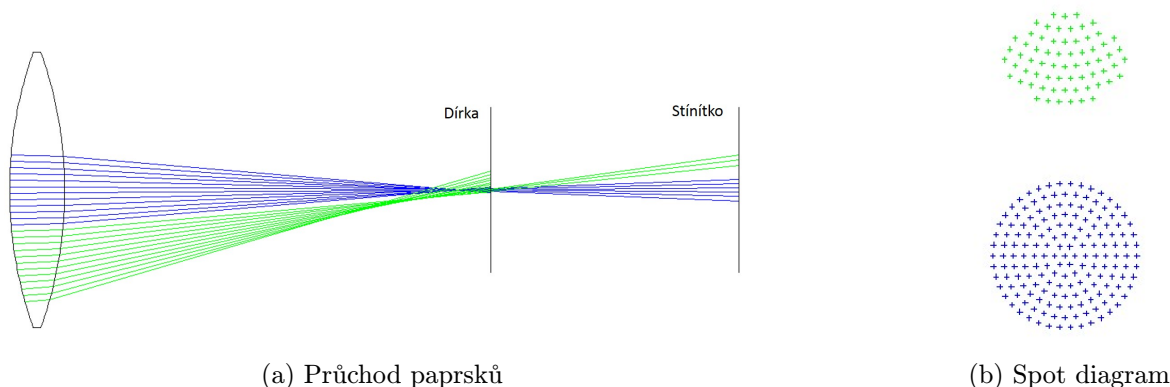
### 3.2.3 Omezení chodu paprsků, světelnost systému

Průchod světla systémem vycházející z osového bodu limituje aperturní clona. Při parametrech relevantních pro stavbu dalekohledu v našich podmínkách je aperturní clonou právě použitá clonka. Její průměr má tedy zásadní vliv na světelnost celého systému (viz 7). Se zmenšujícím se průměrem



dírky se zmenšuje světelnost systému. Je-li systém navržen k pozorování lidským okem, hraje světelnost systému zásadní roli. Při použití digitálního fotoaparátu je možné volit dírky menší a problém s nedostatkem světla řešit nastavením delších expozičních času.

Při protarasování systému svazkem paprsků je patrné, že systém bude značně trpět vinětací – ztmavnutím obrazu u okrajů snímku. To je dané tím, paprsky ke kraji zorného pole jsou více blokovány paprsky vycházející z osového bodu a aberacemi samotné čočky (viz obrázek 6). Čím je dírka menší tím je projev v obraze patrnější. Velikost zorného pole bude je vymezena průměrem použité dírky a její relativní poloze vzhledem k čočce.



Obrázek 6: Průchod paprsků jednočočkovým dalekohledem - projev vinětace obrazu.

### 3.3 Zobrazovací výkon systému

Cílem zobrazovacího systému je věrně zachytit zobrazovaný předmět. Zobrazovací výkon systému definuje široká škála parametrů určujících, jak věrně systém přenesl informaci o předmětu. Pro náš systém jsme zvolili parametry hodnotící kvalitu obrazu – poloměr velikost obrazu bodu (RMS spot size), funkce přenosu kontraste (MTF) – tyto 2 ukazatelé přímo souvisí s rozlišovací schopností systému. Dále jas obrazu, jeho kontrast a ostrost.

#### 3.3.1 Hodnocení zobrazovacího výkonu

##### Obraz bodu

Často používanou mírou kvality obrazu bodu je RMS spot size. Při simulacích, které jsme dělali, se paprsky bodového předmětu protarasují optickým systémem. Rozdělení paprsků v obrazové rovině odpovídá tzn. spot diagramu. RMS spot size pak určuje poloměr získaného obrazce obsahující zhruba 68 % energie. Čím menší je hodnota RMS tím lepšího rozlišení systém dosahuje, a tím dokonalejší optický systém to je. Při výpočtech velikosti RMS spotu jsme pracovali s vlnovou délkou  $\lambda = 550 \text{ nm}$ .

##### Přenesené prostorové frekvence

MTF neboli funkce přenosu kontrastu spočívá v porovnání předlohy a výsledného obrazu z hlediska přenesených frekvencí (počet čar na milimetr). Předloha je čárový rastr složený z mnoha černých čar různé prostorové frekvence. Z testu se pak určuje rozlišitelnost čar optickou soustavou na základě přeneseného kontrastu. Intenzita černé a bílé se ovšem nemění skokově, ale mění se

podle funkce sinus. V získaném obraze je možné kontrast vyhodnotit ze znalosti maximální  $I_{max}$  a minimální  $I_{min}$  intenzity v obraze podle vztahu

$$K = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}. \quad (11)$$

Kontrast nabývá hodnoty od 0 do 1.

Jas obrazu

Pro černobílý obraz je jas obrazu definován jako průměr intenzity  $I$  všech pixelů, platí tedy

$$J(I) = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N I(x, y). \quad (12)$$

Ostrost

Na vyhodnocení ostrosti existuje řada kritérií. My jsme využili hledání maximálního kontrastu mezi sousedními pixely v obraze. Čím je tato hodnota větší, tím je obraz ostřejší. Ostrost úzce souvisí s kontrastem a rozlišením systému.

### 3.3.2 Vliv čočky na zobrazovací výkon

Obecně se dá říci, že čím kvalitnější čočku v návrhu použijeme, tím opticky výkonnější systém získáme. Vzhledem k omezeným možnostem korekcí aberací systému, je plně dostačující se omezit na zkoumání vlivu Seidlových aberací 3. řádu – ty v systému převládají a mají zásadní vliv na kvalitu obrazu. Mezi tyto aberace patří sférická aberace, koma, astigmatismus, zkreslení a zklenutí pole.

Volnými parametry, jak korigovat projevy těchto aberací v našem návrhu jsou prohýbání ploch čoček, změna jejich indexu lomu a velikosti čočky.

Sférická aberace

Sférická aberace neboli otvorová vada je vada uplatňující se při zobrazení osového bodu širokým svazkem paprsků. Paprsky dopadající na spojnou čočku dále od její optické osy se lámou více než paprsky dopadající blíže k optické ose. Čím větší průměr čočky tedy použijeme, tím je tato aberace větší. Průchod neparaxiálních paprsků je možné omezit použitím dírky v ohniskové rovině čočky – dojde o odstínění těchto paprsků za současného snížení světelnosti systému. Další možností odstranění sférické aberace je tvarováním ploch. Optimální tvar ploch čoček se v tomto případě blíží symetrickému řešení, jak je ukázáno na obrázku, který je součástí přílohy 7.

Koma

Koma se projevuje při zobrazování mimoosového bodu širokým svazkem paprsků. Mimoosové paprsky se neprotnou na hlavním paprsku (paprsek procházející středem vstupní pupily) ale mimo něj. Místo obrazu bodu vzniká typický obraz připomínající kometu. Volnými parametry jak ovlivnit tuto aberaci ve zkoumaném systému je tvarování ploch čočky (viz 7) a průměr svazku procházející systémem.

Astigmatismus

Astigmatismus je aberace uplatňující se při zobrazení mimoosového bodu úzkým svazkem paprsků. Paprsky dopadají ve dvou kolmých rovinách vzhledem k optické ose se při této vadě protínají v různých bodech. Parametry jak korigovat tuto vadu jsou kromě tvarování ploch (viz 7), zmenšení zorného pole systému použitou aperturou. Důležitou roli zde hraje zaostření systému.

## Zklenutí

Zklenutí úzce souvisí s astigmatismem. Vada při které se obraz zobrazí na zakřivenou plochu, příčiny jsou stejné jako u astigmatismu a tedy i korekce je podobná.

## Zkreslení

Zkreslení je důsledkem závislosti příčného měřítka zvětšení na velikosti předmětu. Projevuje se u zobrazování mimoosového bodu úzkým svazkem paprsků. Rozlišujeme soudkovité zkreslení – zvětšení je pro větší předmět větší a poduškovité zkreslení – zvětšení se se zvětšujícím předmětem zmenšuje. Korekce opět pomocí tvarování ploch (viz 7) a vymezením zorného pole.

## Barevné aberace

U optických soustav dochází vlivem materiálové disperze (závislost indexu lomu materiálu na vlnové délce) také k barevným aberacím. Pro delší vlnové délky je větší ohnisková vzdálenost čočky – dokážeme tak zaostřit pouze na jednu vlnovou délku, obrazy tvořené ostatními vlnovými délkami jsou rozmazané. U okrajů zobrazovaných předmětů je patrné barevná ohraničení. Korekce barevné vady je možné opět vymezením svazku, procházejícího optickým systémem a volbou materiálu čočky.

Při malém průměru čočky by se uplatnili také projevy difrakce. Ty samotné jsou závislé na vlnové délce záření. Vzhledem k použitým velikostem v reálném návrhu, je možné tyto jevy zanedbat.

Přítomnost těchto vad je vzhledem k použití jednoduché čočky značná a jednotlivé aberace jsou na první pohled v obraze patrné (viz 22). Přítomnost těchto vad v obraze zhoršuje rozlišení, zhoršuje kontrast a maximální přenesenou prostorovou frekvence. Je zřejmé, že na výslednou kvalitu obrazu mají tyto vady klíčový vliv a pro co nejlepší zobrazovací výkon je potřeba volit optimální zobrazovací čočku.

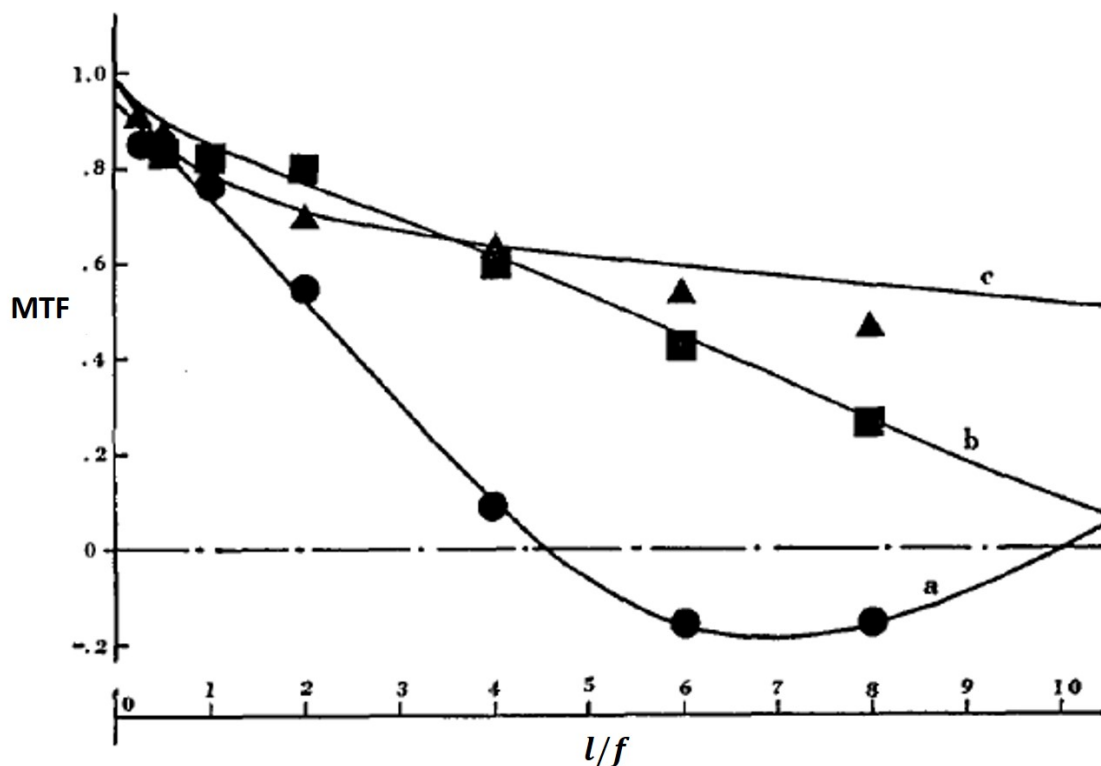
### 3.3.3 Vliv apertury na zobrazovací výkon

Analýza rozlišovací schopnosti dírky byla předmětem kapitoly 3.1.2. Byla nalezena optimální velikost dírky zajišťující požadované zvětšení systému. Při větším zvětšení systému se zhoršuje kvalita obrazu. Se zmenšujícím se průměrem dírky se zvětšuje maximálně přenesená prostorová frekvence (pro velikosti dírek které jsme schopni vyrobit). Situace byla studována v [5]. Hlavní závěry vystihuje obrázek 7.

## 4 Praktická část

### 4.1 Model systému

Model byl analyzován pomocí programu Zemax OpticStudio. Pomocí editoru LensEditor byly definovány geometrické vlastnosti jednotlivých optických ploch, materiál čočky, definovali jsme příslušné vstupní světelné pole a pracování vlnovou délkou. Díрку jsme definovali pomocí skokové funkce propustnosti (1 propustnost na kruhu o daném poloměru, mimo kruh propustnost 0) a centrovali jsme jí s čočkou. Jako hlavní ukazatele kvality zobrazení jsme vyhodnocovali RMS spot size radius. Pro názornější představu o chování systému jsme sledovali změnu vyhodnocovaných parametrů v závislosti na změně jednoho z relevantních parametrů – ostatní parametry jsme fixovali. Vyhodnotili jsme kvalitu obrazu v závislosti na velikosti dírky a pozici dírky vzhledem k čočce. Výsledky získané ze simulací jsme zpracovali a pro názornost vynesli do grafů.



Obrázek 7: Funkce přenosu kontrastu v závislosti na relativní pozici  $l/f$  a průměr dírky a) 1 mm, b) 0,5 mm a c) 0,25 mm <sup>3</sup>

Při simulacích byla jako modelová čočka použita bikonvexní čočka a poloměru křivosti ploch 150 mm, středové tloušťce 20 mm, poloměru 50 mm a vyrobené z optického skla N-BK7. Jako modelová dírka byla použita dírka kruhového průměru 1 mm ukolmená a vycentrovaná s optickou osou systému.

#### 4.1.1 Závislost velikosti obrazu bodu na velikosti dírky

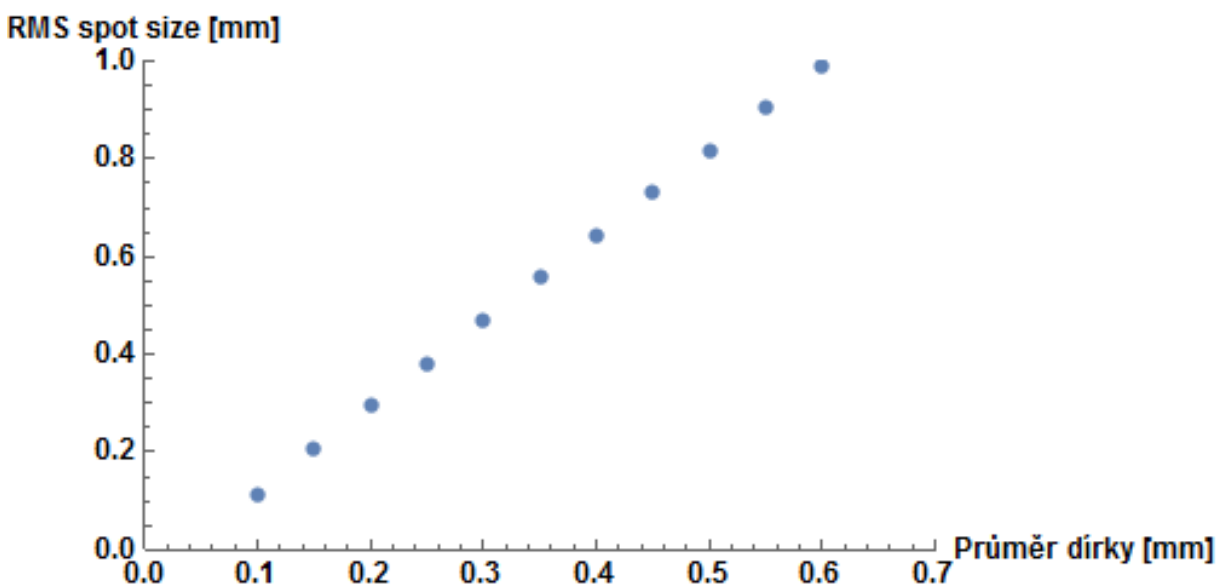
Vzhledem k velikostem prakticky použitelných dírek je výstup v souladu s našimi očekáváními - platností geometrické teorie. Jedná se o lineární závislost. Ukázka závislosti velikosti obrazu bodu v závislosti na průměru použité dírky je pro modelovou čočku, vzdálenost předmětu od čočky 8 metrů, vzdálenost dírky od ohniskové roviny čočky 20 mm a vzdálenost stínítka od dírky 40 mm graficky zpracovaná na obrázku 8

Pro představu je na obrázku 9 ukázka obrazů bodů pro 6 různých velikostí dírek. Svislá linka určuje měřítko 3 mm.

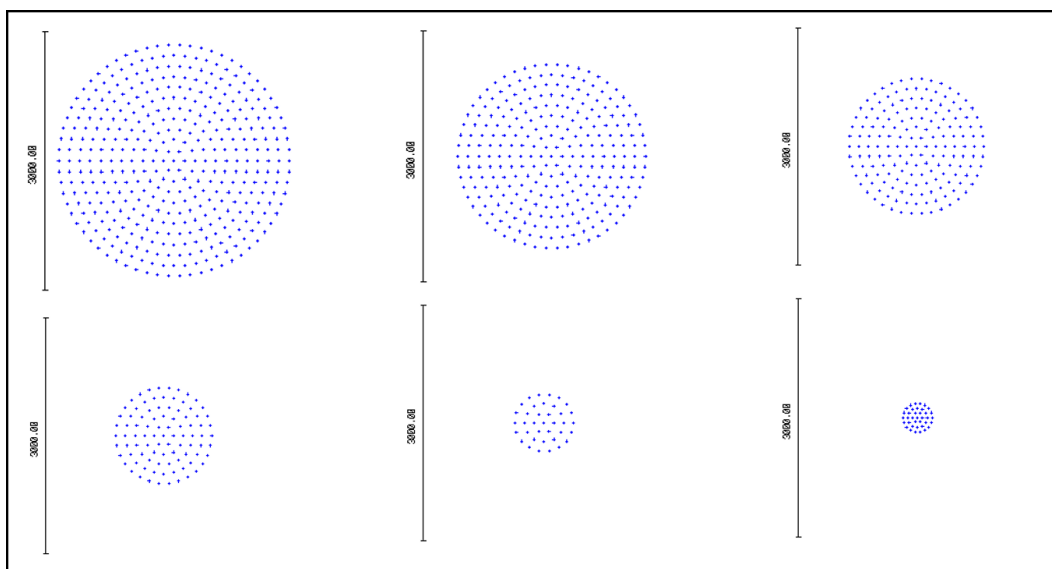
#### 4.1.2 Závislost velikosti obrazu bodu na poloze dírky

V simulaci byla opět použita modelové čočka a modelová dírka. Měnili jsme polohu dírky vzhledem k ohniskové rovině čočky a vyhodnocovali velikost obrazu bodového předmětu. Vzdálenost stínítka od dírky jsme udržovali na fixní hodnotě 40 mm. Data jsou graficky zpracovaná na obrázku 10

<sup>3</sup>Obrázek převzat z [ ] a upraven.



Obrázek 8: Závislost průměru dírky na velikosti obrazu bodu. Data jsou výstupem ze simulací v programu Zemax OpticStudio.



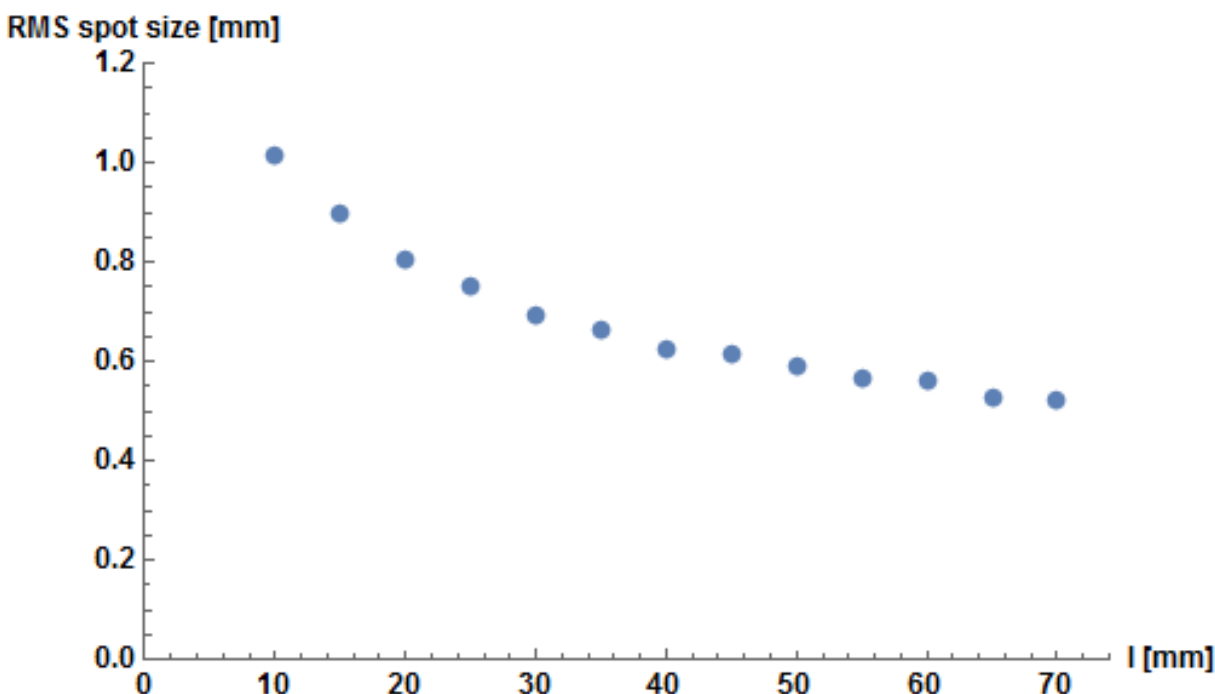
Obrázek 9: Obraz bodu zobrazeného jednočočkovým dalekohledem. Data jsou výstupem ze simulací v programu ZemaxOpticStudio. Poloměr dírek je od 1,2 mm do 0,2 mm s krokem 0,2 mm.

Ze závislosti je patrné, že pro větší vzdálenost dírky od ohniska čočky dosáhneme lepšího rozlišení. Proti tomu ovšem klesá světelnost systému.

## 4.2 Experimentální ověření

Cílem praktické části byla realizace vlastního funkčního modelu dalekohledu a testování jeho základních parametrů a vlastností obrazu. V první fázi byly závěry ověřeny vizuálně, bylo prokázáno, že dalekohled se chová podle teoretických závěrů uvedených v této zprávě.

Ve druhé části byl obraz zaznamenán pomocí digitálního fotoaparátu a data vyhodnocena a



Obrázek 10: Závislost velikosti obrazu bodu na pozici dírky vzhledem k ohniskové rovině použité čočky. Data jsou výstupem ze simulací v programu Zemax OpticStudio.

zpracována pomocí softwarů Mathematica a Matlab.

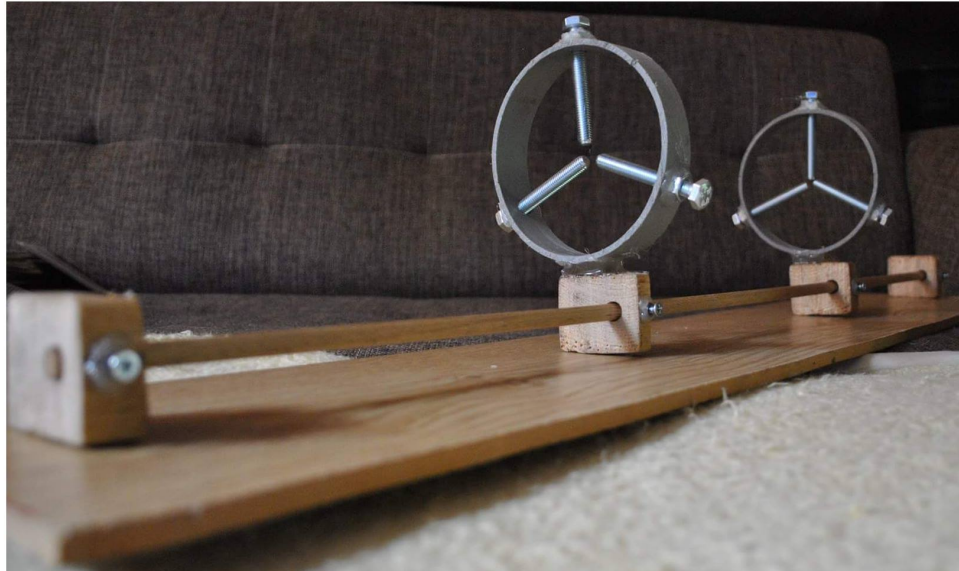
#### 4.2.1 Metodika měření a postup

Pro experimentální ověření teoretických závěrů a modelu vytvořeného a analyzovaného v programu Zemax OpticStudio byl vyroben funkční model jednočočkového dalekohledu. Z dostupných čoček byly vybrány ty s dostatečnou světelností, abychom drželi expoziční hodnoty snímků dostatečně nízko i pro malé průměry dírek a maximalizovali tak odstup signálu od šumu. V první fázi byla vyrobena optická lavice s vodící tyčí a tříbodovým uchycením čoček (viz obrázek 11).

Tato lavice byla déle optimalizovaná s cílem zajistit dostatečnou přesnost uchycení čoček – objímky s tříbodovou fixací čočky jsme nahradili kruhovými objímkami z kartonu. Objímka z kartonu byla umístěna do ocelových stojánků. Výhodou tohoto uchycení byla snadná stabilita a snadná manipulace s čočkami ve všech třech osách a možnost náklonů ve vertikálním a horizontálním směru. Pomocí laserového ukazovátka jsme vycentrovali střed čočky a střed dírky. Pro měření vzdáleností mezi jednotlivými komponenty byl použit svinovací metr.

Z dírek na testování systému byly vybrány 3 clonky a to s průměry, u kterých byla dostatečně patrná změna obrazu. Prakticky jsme použili minimální a maximální průměr, který jsme byli schopni pomocí jehel vyrobít v dostatečné kvalitě. Jako třetí dírka byla vybrána ta, jejíž průměr leží zhruba ve středu zvoleného rozsahu.

Jako předmět pro praktické vyhodnocení parametrů obrazu, jako je rozlišovací schopnost, kontrast, jas a ostrost obrazu byla použita tisková předloha USAF 1951 testu. Předmět v podobě zobrazovacího testu byl umístěn ve vzdálenosti 6,25 metrů od snímače (maximální vzdálenost daná dispozicí místnosti, kde probíhalo měření). Pro zaznamenávání obrazu byl použit fotoaparát Vanon D3000 s CMOS chipem a s objektivem AF-SNIKKOR 18-55mm, 1:3,5-5,6 G. Vzhledem k



Obrázek 11: Optická lavice s tříbodovým uchycením čočky.

vlastnostem objektivu můžeme předpokládat, že oproti dalekohledu bude mít na výsledný obraz minimální negativní vliv. Veškeré zaznamenávání probíhalo za stejného nastavení fotoaparátu. Pro měření vzdáleností mezi jednotlivými komponenty byl použit svinovací metr.

#### 4.2.2 Zpracování výsledků a výsledky

U první použité čočky jsme pomocí bubínkového sférometru určili vrchlíky obou sférických ploch a pomocí vztahu dopočítali jejich poloměry. Byl použit bubínek s vnitřním průměrem  $D_x = 40$  mm. Pro první čočku vyšel vrchlík první a druhé plochy  $h_{1x} = 0,003$  a  $h_{2x} = 1,748$ . Z toho byly podle vztahu

$$r = \frac{h_x^2 + D_x}{2h_x}. \quad (13)$$

dopočítány poloměry křivosti první a druhé plochy  $r_1 = 266667$  mm a  $r_2 = 458,54$  mm. Čočka byla vyrobena ze skla N-BK7 s indexem lomu  $n_1 = 1.5185$  pro vlnovou délku 550 nm. Průměr čočky byl 60 mm a středová tloušťka 6 mm.

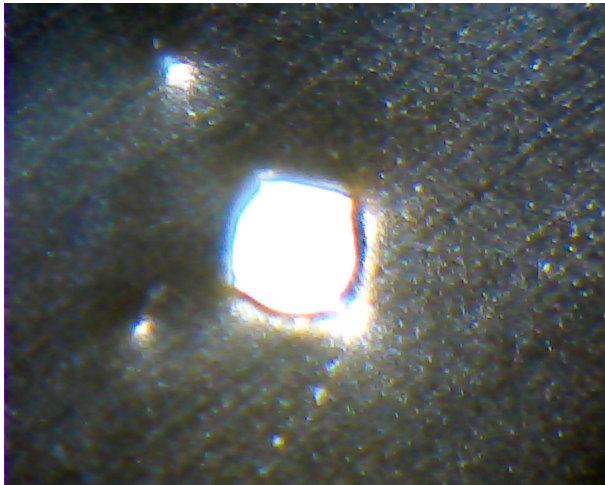
U druhé čočky byly požadované parametry vyčteny z dostupné technické dokumentace. Pro poloměry křivosti platí  $r_1 = 120,35$  mm a  $r_2 = 2754$  mm. Materiál použité čočky bylo sklo SF-PL 53 s indexem lomu  $n_2 = 1.4397$  pro vlnovou délku 550 nm. Průměr čočky byl 84 mm a středová tloušťka 9,7 mm.

Pomocí vztahu

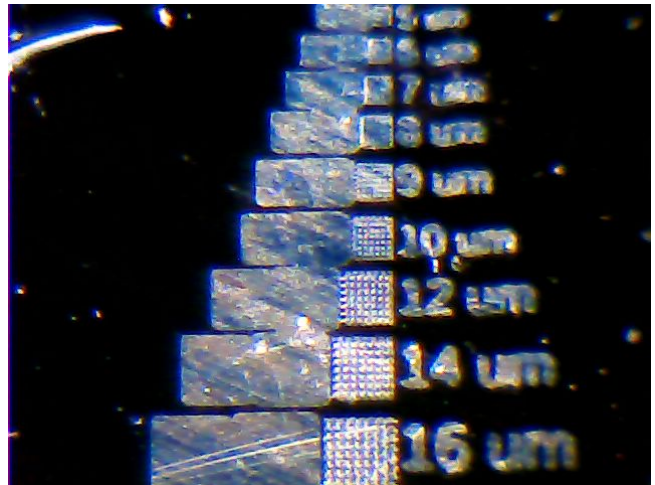
$$\frac{1}{f_c} = \left(\frac{n_c}{n_p} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right), \quad (14)$$

kde  $n_c$  je index lomu čočky,  $n_p$  index lomu prostředí, je možno dopočítat ohniskovou vzdálenost obou čoček. Po dosazení vychází, že  $f_1 = 882,84$  mm a  $f_2 = 262,25$  mm.

Jako clony byly vybrány clony o průměru  $d_1 = (0,48 \pm 0,02)$  mm,  $d_2 = (0,72 \pm 0,02)$  mm a  $d_3 = (1,20 \pm 0,12)$  mm. Průměr clon byl změřen pomocí mikroskopu, přičemž jako kalibrační měřítko bylo využito litografické masky (obrázek 12). Ukázka jedné vybrané dírky je na obrázku 12



(a) Průměr dírky  $d_1 = (0,48 \pm 0,02)$  mm



(b) Výřez části litografické desky

Obrázek 12: Ukázka vyrobené dírky a použité litografické masky. Fotka pořízeny pomocí mikroskopu.

Cílem bylo vytvořit ideálně kruhovou clonu, proto jsme vyrobené clony pomocí metody nejmenších čtverců proložili kružnicí - dírky jsme navzorkovali dostatečným počtem bodů a určili jsme poloměr proložené kružnice a chybu tohoto fitu. K tomuto bylo využito softwaru Mathematica a Matlab. Ukázka výstupu pro dvě nejmenší dírky je i s proloženou kružnicí na obrázku 12

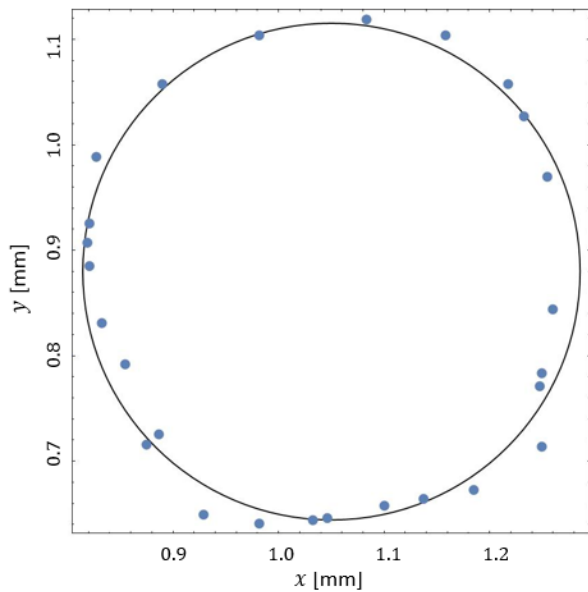
Pro názornou ukázkou, jsme vybrali z celkového množství 60 snímků reprezentativní skupinu 12 fotek, lišících se nastavením a parametry dalekohledu. Fotky jsme ořízli, aby byl patrný projev jednotlivých aberací v obraze, jas snímku a rozlišení. Fotografie jsou součástí přílohy 22.

Rozlišovací schopnost. Jelikož byla kvalita obrazu značně ovlivněná aberacemi čočky (viz podkapitola 3.3.2 ) bylo problematické vyhodnotit rozlišovací schopnost objektivně. Přestoupili jsme tedy na subjektivní hodnocení. Rozlišovací schopnost pro první čočku a 3 dírky je shrnuta v tabulce (viz obrázek 14). Závislost rozlišení dalekohledu tvořeného první čočkou je pro 10 pozic dírky v tabulce na obrázku 15. Čísla udávají číslo skupiny a číslo prvku USAF testu, který jsme ještě rozlišili. Tak aby se dal prvek považovat za plně rozlišitelný, musejí být rozlišitelné jak horizontální tak vertikální čáry. Obrázek USAF testu s vyznačením skupin a prvků je součástí obrázku v příloze 23.

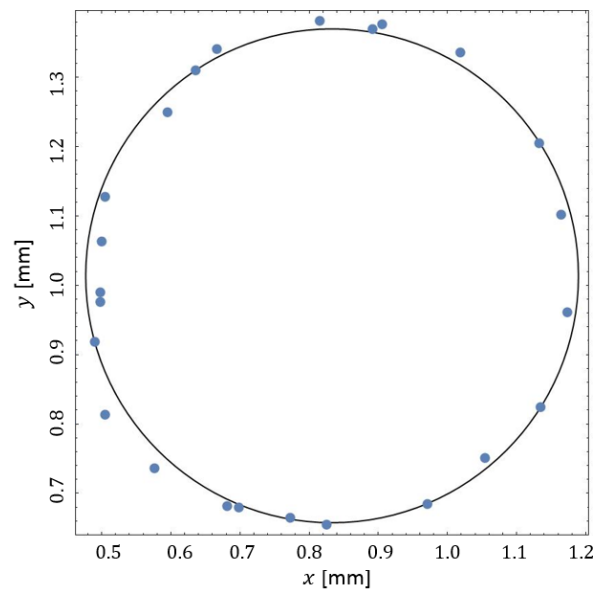
USAF test je složený z 5 skupin (-2, -1, 0, 1, 2). Tyto skupiny symbolizují jednotlivé sekce testu s proměnnou prostorovou frekvencí. Skupina -2 představuje levý velký sektor, skupina -1 pravý velký sektor, další sektory nebyly použity, protože rozlišitelnost systému nedosahovala takových hodnot.

Zvětšení bylo diskutována v podkapitole 3.1.3. Pro druhou čočku a 10 různých poloh jsme vyhodnotili zvětšení systému. Zvětšení bylo určeno jako poměr velikosti obrazu USAF testu s použitím a bez použití dalekohledu. Závislost je podle očekávání lineární (viz obrázek 16).





(a) Průměr dírky  $d_1 = (0,48 \pm 0,02)$  mm



(b) Průměr dírky  $d_2 = (0,72 \pm 0,02)$  mm

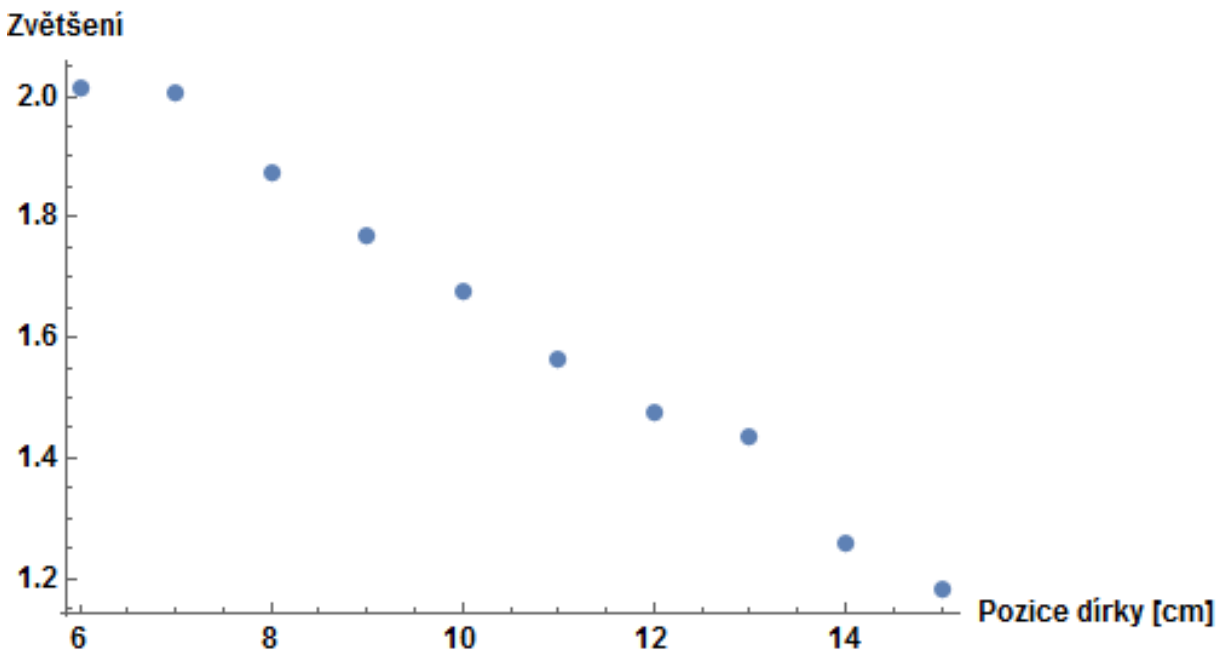
Obrázek 13: Dírky proložené kružnicí.

Dírka	Skupina	Test č.
$r_1$	-2	4
$r_2$	-1	1
$r_3$	-2	3

Obrázek 14: Závislost rozlišení dalekohledu na velikosti dírky.

Pozice [cm]	Skupina	Test č.
6	-1	1
7	-1	2
8	-1	3
9	-1	3
10	-1	3
11	-1	3
12	-1	2
13	-1	2
14	-1	2
15	-1	1

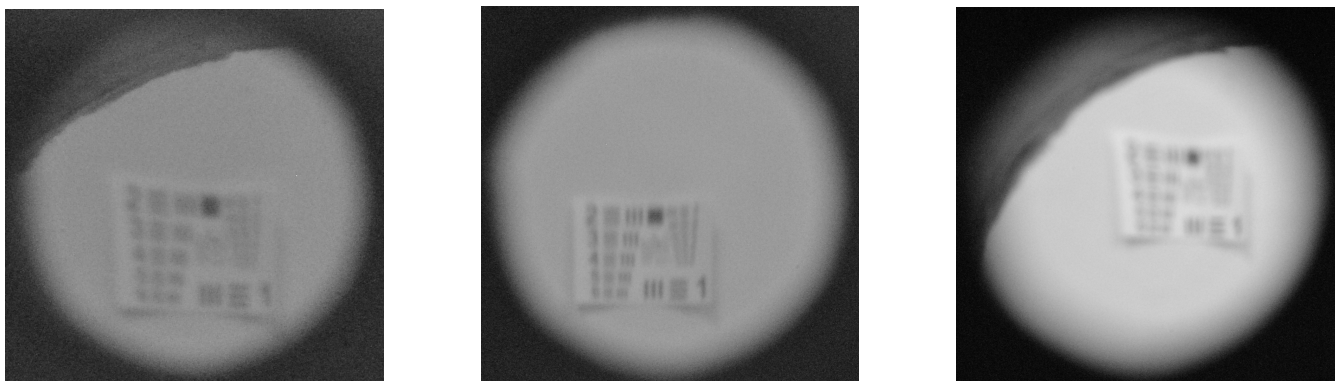
Obrázek 15: Závislost rozlišení dalekohledu na velikosti dírky.



Obrázek 16: Závislost zvětšení pro 10 různých pozic dírky od čočky.

Závislost, kterou jsme získali, je v souladu s modelem. Pro relativně velké vzdálenosti dírky od ohniskové roviny čočky je tato závislost téměř lineární. Jak se dírka přibližuje ohniskové rovině čočky, zvětšení roste.

Světelnost. S rostoucím průměrem dírky se zvětšuje světelnost systému. Tento projev je patrný vizuálně. Fotografie pro 3 různé průměry dírek a použití druhé čočky je na obrázku 17



(a)  $d_1 = (0,48 \pm 0,02)$  mm

(b)  $d_2 = (0,72 \pm 0,02)$  mm

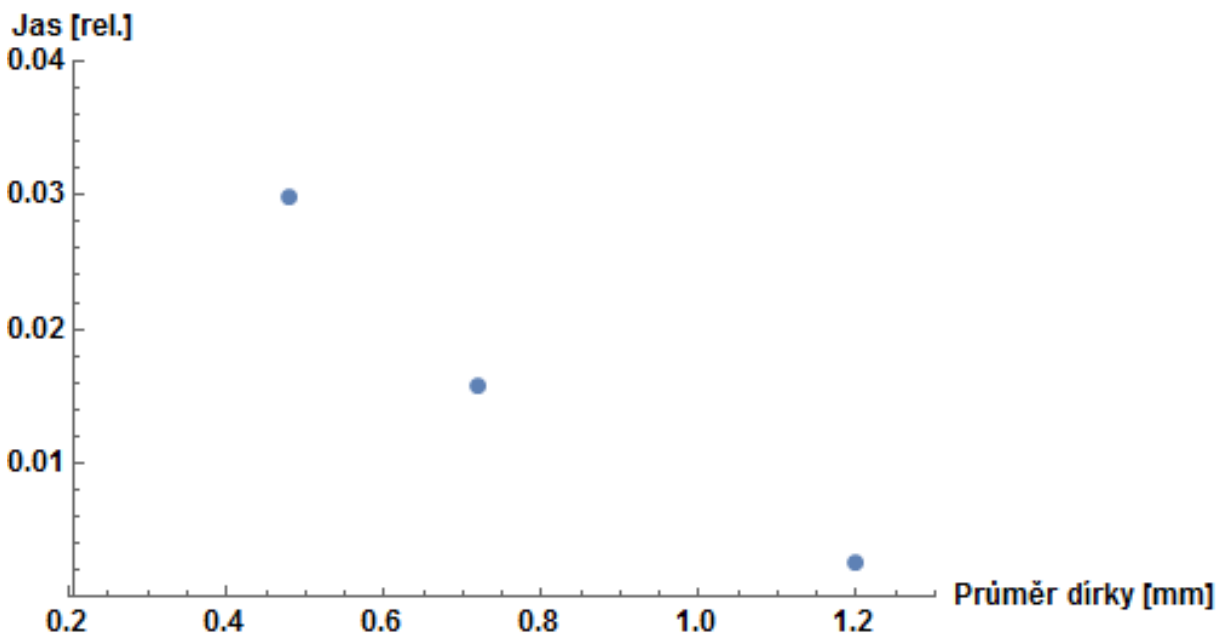
(c)  $d_3 = (1,20 \pm 0,12)$  mm

Obrázek 17: Zobrazení dalekohledem pro různé průměry dírek. Vzdálenost dírky od čočky 11 cm.

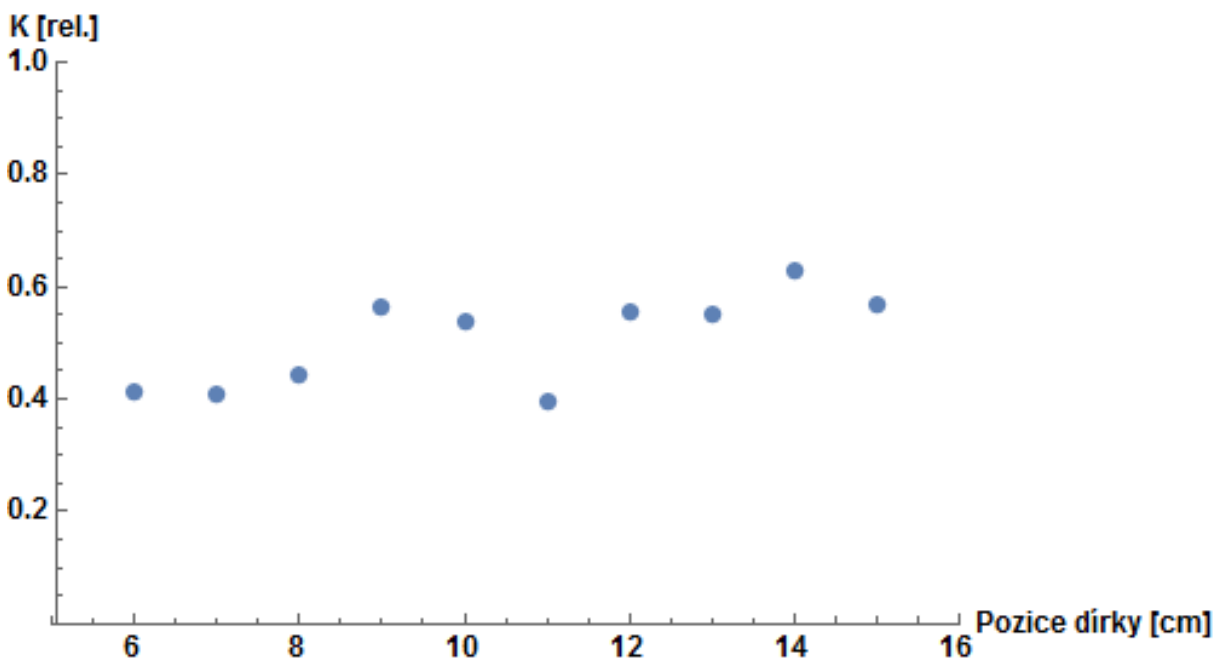
Podle vztahu 12 jsme určili jas v obraze. Čím menší je jeho hodnota, tím je obraz světlejší. Výstup je na obrázku 18.

Kontrast Předpokládáme-li že na vstupu byla předloha s maximálním kontrastem, tedy 1 vlivem nedokonalostí systému dojde k poklesu této hodnoty. Na obrázku 19

Ostrost Posledním parametrem, který jsme zkoumali v obraze byla jeho ostrost. Jak bylo diskutováno v teoretické části ostrost obrazu jsme definovali pomocí kontrastu a tyto dva ukazatelé



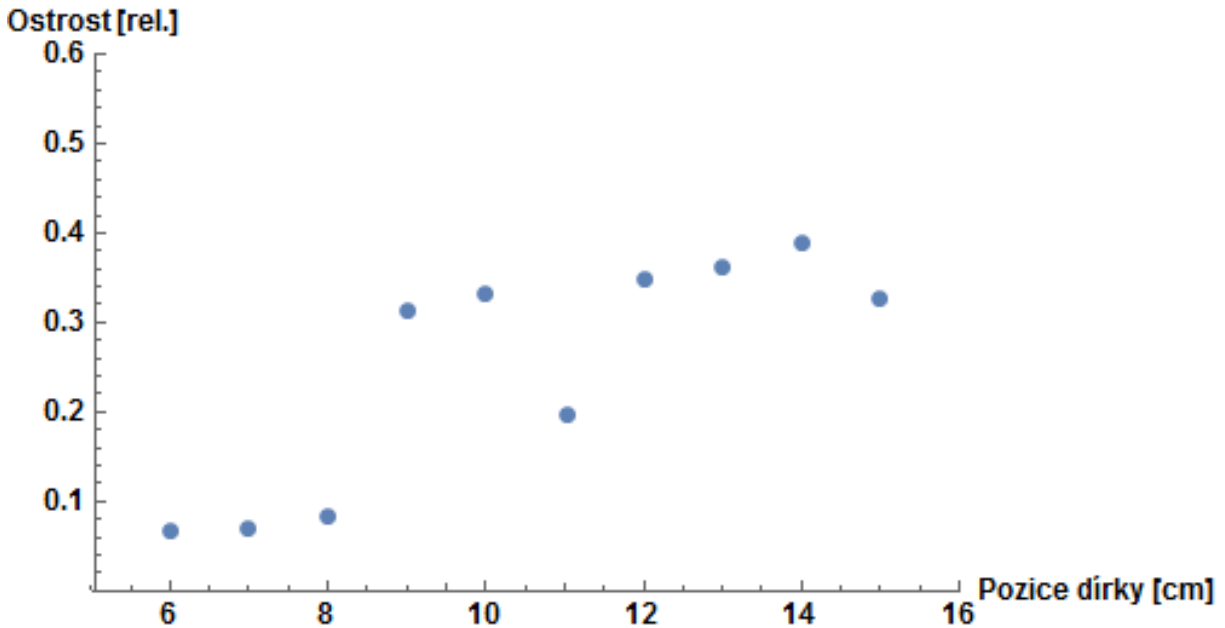
Obrázek 18: Závislost jasů obrazu na velikosti dírky.



Obrázek 19: Závislost kontrastu obrazu na 10 různých pozicích dírky od čočky.

jsou tedy vzájemně vázány, což je patrné i z podobného charakteru závislostí na obrázku 19 a obrázku 20

Z výstupů je patrné, že jak se s dírkou přibližujeme k ohniskové rovině použité čočky (první čočka) roste zvětšení, ale klesá ostrost obrazu, klesá kontrast, zhoršuje se rozlišovací schopnost. Tyto závěry jsou v souladu s předpověďmi diskutovanými v teoretické části.



Obrázek 20: Závislost ostrosti obrazu na 10 různých pozicích dírky od čočky.

## 5 Diskuse

Jednočočkový dalekohled byl prozkoumán jak po teoretické stránce tak po praktické. V teoretické práci jsme popsali základní vlastnosti dalekohledu a princip jeho fungování. Byly popsány zobrazovací vlastnosti jednotlivých komponent a to spojné čočky a clonky s dírkou i celého systému. Byly popsány parametry, které ovlivňují kvalitu zobrazení celé aparatury. Mezi hlavní parametry které byly prozkoumány patří zvětšení, rozlišení (přenašený kontrast) a světelnost systému.

V praktické části jsme se zaměřili na simulaci systému v programu Zemax OpticStudio a ověření funkčního dalekohledu v praxi. Systém byl postupně vylepšován a byly zkoumány jeho vlastnosti v závislosti na změně průměru dírek, velikostech čoček, ohniskové vzdálenosti a změnou relativních vzdáleností mezi čočkou a dírkou.

Klíčovým parametrem dalekohledu je jeho zvětšení. Zvětšení systému bylo analyzováno v programu Mathematica a výstup pro různé nastavení systému je na obrázku 5. Na reálných datech bylo ověřeno, že zvětšení systému s přibližováním dírky k místu kde vzniká obraz čočky roste (16), což je v souladu s modelem 5. Jak jsme se přesvědčili v praxi, se zvětšením systému klesá jeho světelnost, zhoršuje se rozlišení a více se projevuje vliv aberací systému.

Se simulací a teoretického popisu plynou zásady k sestrojení co nejlepšího dalekohledu. Prvním klíčovým prvek je dírka. Dírka je potřeba zvolit sférickou v ideální případě co nejtenčí a bez roztřepených okrajů. V opačném případě dochází rozostření obrazu. Dalším důležitým parametrem dírky je její velikost. Optimální velikost dírky je daná vztahem  $??$ . Zde se musí uvažovat 2 vlastnosti, které se musí vyvážit a to, že čím menší dírka bude tím lepšího kontrastu dosáhne, ovšem při velmi malých rozměrech se projeví vlnová podstata světla a obraz se opět rozostří. Rovnováha mezi těmito efekty přináší nejlepší ostrost a kontrast. Se zvětšujícím se průměrem dírky se zvětšuje světelnost systému.

Dalším zásadním prvkem pro sestrojení optimálního dalekohledu je vybrání správné čočky. Velká čočka zajišťuje dobrou světelnost, jelikož propouští velké množství světla. Ovšem čím větší

čočka, tím více se uplatní vady systému jak bylo popsáno v kapitole 3.3.2. Klíčový je také tvaru ploch. Jelikož zadání vyžaduje použití jedno čočky, je právě tvarování ploch hlavním nástrojem, jak ovlivňovat kvalitu systému. Závislost tvaru ploch čoček je přehledně zpracována na obrázku, který je součástí přílohy 7. Z obrázku je patrné, že čočky které jsme testovali (vždy otočeny plochou s menším poloměrem křivosti k předmětu) trpí zkreslením a astigmatismem. astigmatismus znemožňoval optimální zaostření, což mělo zásadní vliv při vyhodnocování ostrosti a kontrastu obrazu.

Dalším neblahým projevem je projev vinětace v obrazu. Projev je způsoben omezením chodu paprsků vycházejících z okraje zorného pole. Pro tyto účely by byla nejlepší čočka bez zakřivení, nebo taková, která tyto aberace eliminuje.

Další podmínkou pro optimální dalekohled je ideální nastavení vzájemné polohy dírky a čočky. Ideální by bylo umístění dírky daleko za ohniskem čočky, avšak se vzdáleností klesá množství světla procházející dírkou. Současně se více uplatňují aberace a roste zvětšení systému.

Obecně tedy neexistuje jedno optimální řešení, ale závisí na konkrétních podmínkách používání - jak velké světelnosti chceme dosáhnout, jak velkého zvětšení, podle toho je potřeba nastavit ostatní parametry.

Hlavní obecné principy, jak tedy postupovat při volbě parametrů dírky systému jsou: pro dané zvětšení zvolit optimální průměr dírky daný vztahem (6). Vyrobit ideálně kruhovou díрку s co nejmenší tloušťkou, díрку vycentrovat s čočkou. Pro velikosti dírek, které jsme byly schopni realizovat platí (viz obrázek 7), že dírka o menším průměru lépe přenáší kontrast. Se zvětšujícím se poměrem  $l/f$  kontrast klesá.

## 6 Závěr

Úloha je založená na průzkumu parametrů jednočkového dalekohledu a s ohledem na jeho základní vlastnosti a zobrazovací výkon. V teoretické části jsme se zabývali popisem dalekohledu, neležícím vztahu pro měřítko zvětšení a optimální velikost dírky s ohledem na rozlišení systému. Byly diskutovány hlavní parametry dalekohledu a jeho částí – čočky a clonky. Pozornost byla rovněž věnována vzájemné poloze čočky, dírky a stínítka.

K popisu dalekohledu byla použita především geometrická optika, která je pro zjednodušený popis dostačující. Vlnové teorie bylo využito při diskusi rozlišovací schopnosti systému.

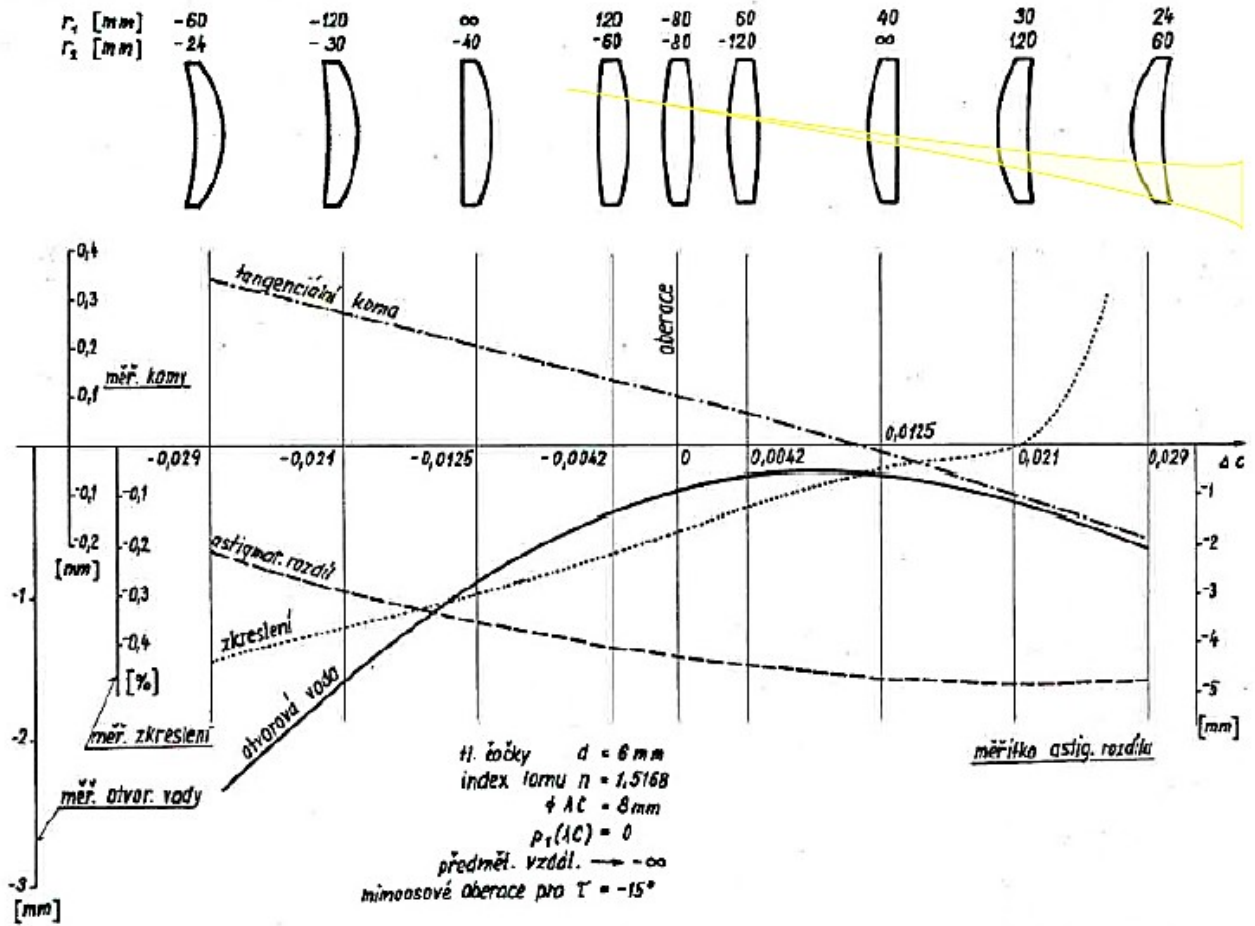
V praktické části jsme simulovali fungování dalekohledu a vliv jednotlivých parametrů na vzniklý obraz. Výsledky ze simulací jsou v souladu s uvedenou teorií. Poslední, neméně důležitou částí, bylo vyzkoušení dalekohledu v reálných podmínkách. Podařilo se úspěšně dalekohled zkonstruovat. Při zkoumání projevu parametrů při reálném zobrazení jsme využili 8 clonek a 2 čočky. Při vyhodnocení pomocí dostupných softwaru jsme poté vybrali pouze 3 reprezentativní dírky, použily dvě čočky a pro analyzování parametrů obrazu pořídili 60 záznamů pro různé kombinace parametrů. Získané závěry odpovídají našim našimi teoretickým očekáváním.

## Reference

## Reference

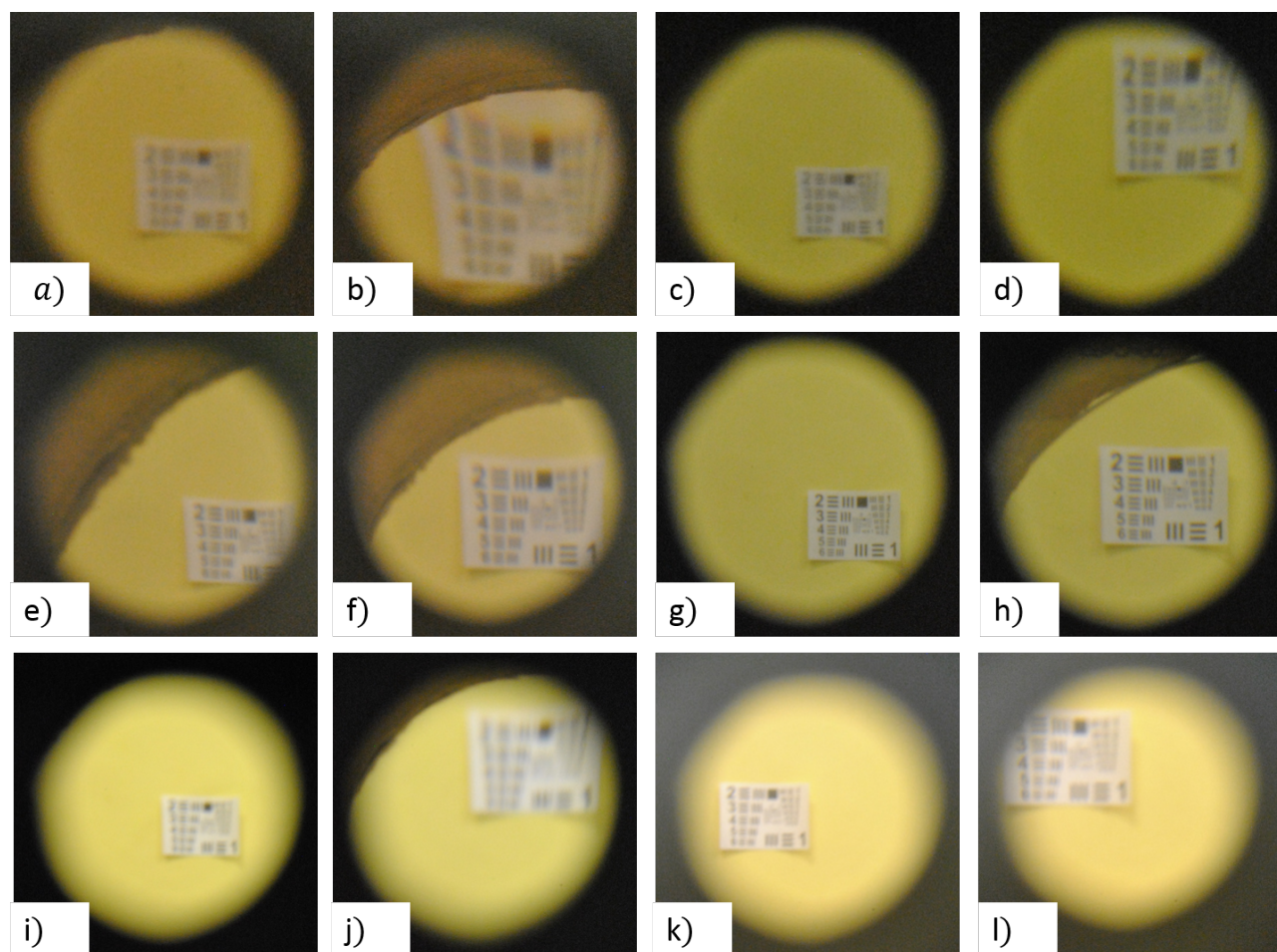
- [1] <http://www.inuru.com/index.php/planeta/mezniky-vedy/255-vynalez-dalekohledu-400-let-historie>—
- [2] <http://www.owl.net.rice.edu/~dodds/Files231/pinhole.pdf>
- [3] J.W. Goodman: Introduction to Fourier optics. 3rd ed. Englewood, ISBN 9780974707723.
- [4] P. Malý: Optika. Vyd. 2., přeprac. Praha: Karolinum, 2013. ISBN 978-80-246-2246-0.
- [5] R.E. Swing, D.P. Rooney: General Transfer Function for the Pinhole Camera. JOURNAL OF THE OPTICAL SOCIETY OF AMERICA. VOLUME 58, NUMBER 5.
- [6] <http://www.physics.muni.cz/~hemzal/vyuka/2016j/ko2/laboratore>
- [7] Imaging Systems Laboratory II Laboratory 9: The Pinhole Camera and Image Resolution. May 7 9, 2002.
- [8] A. Baudyš: Technická optika. Vyd. 2. Praha: České vysoké učení technické, 1996. ISBN 80-01-01480-0.

## 7 Přílohy



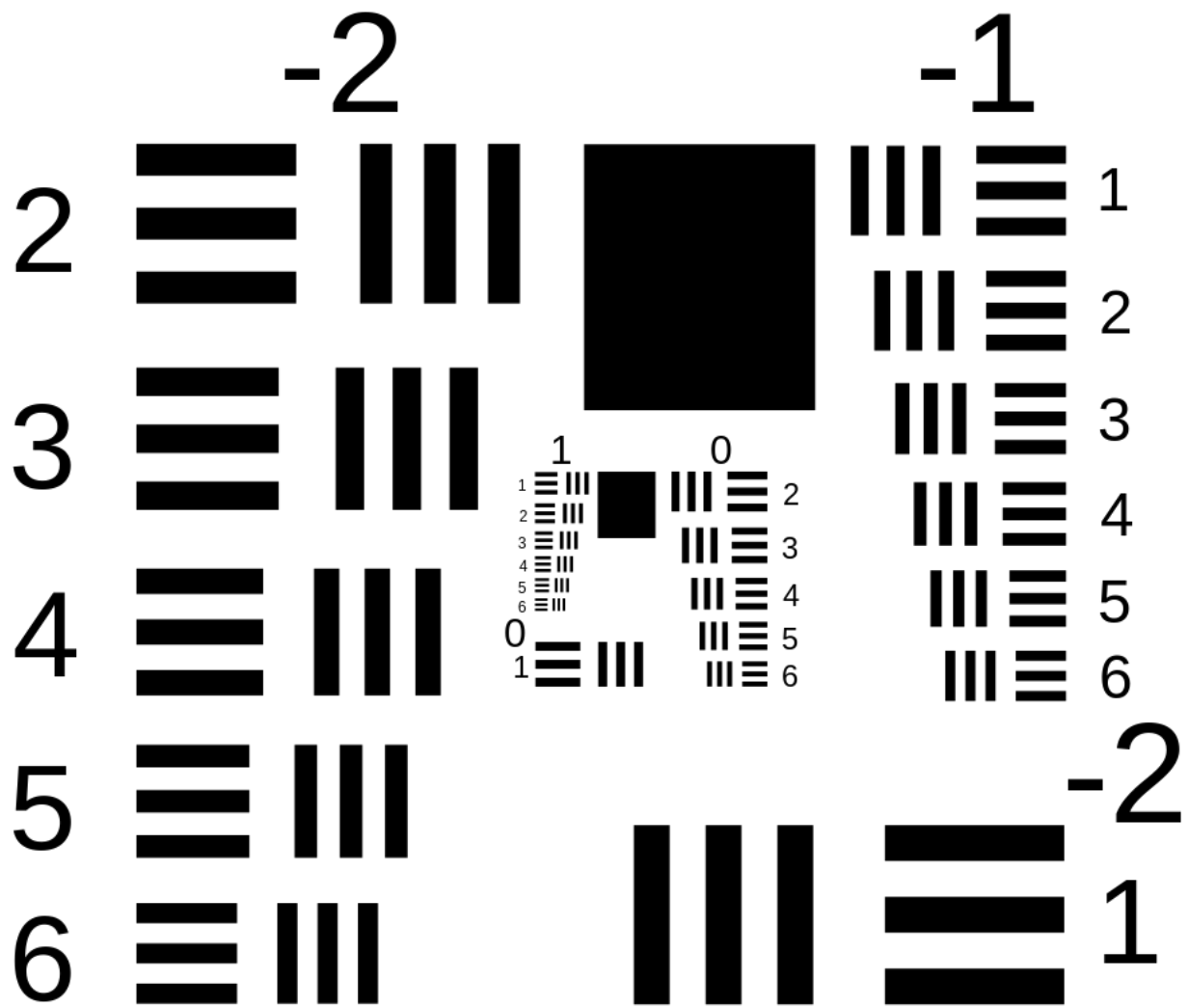
Obrázek 21: Vliv prohýbání ploch čočky na jednotlivé aberace.<sup>4</sup>

<sup>4</sup>Obrázek převzat z [8].



Obrázek 22: Ukázka záznamů získaných jednočočkovým dalekohledem pro dvě různé čočky a 2 různé pozice dírky od čočky. Značení: čočka (1-menší, 2-větší); dírka (1-nejmenší, 2-střední, 3-největší), vzdálenost dírky od čočky. a) 1; 1; 9 cm, b) 1; 1; 14 cm, c) 2; 1; 9 cm, d) 2; 1; 14 cm, e) 1; 2; 9 cm, f) 1; 2; 14 cm, g) 2; 2; 9 cm, h) 2; 2; 14 cm, i) 1; 3; 9 cm, j) 1; 3; 14 cm, k) 2; 3; 9 cm, l) 2; 3; 14 cm





# USAF-1951

Obrázek 23: USAF test používaný při experimentální části. Vyznačení skupin a prvků.