

## PULLING GLASSES APART

### ZADÁNÍ ÚLOHY

„Put a thin layer of water between two sheets of glass and try to separate them. Investigate the parameters affecting the required force.“

„Vytvořte tenkou vrstvičku vody mezi dvěma skleněnými destičkami a pokuste se je oddělit. Prozkoumejte parametry ovlivňující potřebnou sílu.“

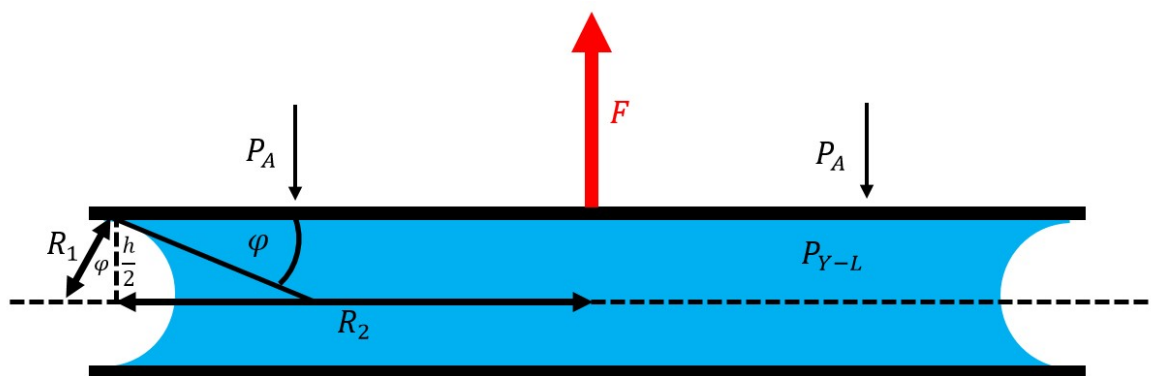
### ÚVOD

V rámci naší práce se budeme zabývat silou, kterou je potřeba vyvinout, aby bylo možné sklíčka oddělit odtahováním od sebe. Studujeme výhradně sílu působící kolmo k povrchu skel.

### TEORETICKÝ ROZBOR

Zadání jasně definuje klíčovou veličinu, která se s tímto jevem pojí, sílu potřebnou k oddělení skel. Tato síla se bude patrně odvíjet od velikosti příslušných **adhezivních** sil (voda-sklo) a **kohezivních** sil působících v kapalině, výsledná síla je tedy spojená jak s adhezí, která ovlivňuje např. tzv. kontaktní úhel kapaliny, tak s kohezí, která determinuje povrchové napětí apod.

### HYDROSTATICKÉ POJETÍ



Obrázek 1

Na obrázku č. 1 znázorňujeme situaci z hlediska působících tlaků. Na vrchní část horního sklíčka působí rovnoměrně atmosférický tlak  $P_A$ . Atmosférický tlak dále působí na spodní část horního sklíčka mimo kapalinu. Spodní část horního sklíčka je ale na určité ploše v kontaktu s kapalinou. V kapalině je vlivem povrchového napětí menší tlak (značeno  $P_{Y-L}$ ) oproti tlaku atmosférickému. Tlakový rozdíl  $P_A - P_{Y-L}$  je původcem síly, která je potřebná k oddělení sklíček.

Vodní vrstvu mezi sklíčky můžeme považovat za tzv. kapilární most. Povrch kapaliny je vlivem povrchového napětí minimální, což je spojeno se zakřivením na fázovém rozhraní

voda-vzduch. Tlakový rozdíl na tomto fázovém rozhraní popisuje Young-Laplaceova rovnice [3], kterou je možno zapsat v následujícím tvaru:

$$\Delta p = \gamma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (1)$$

$\Delta p$  vyjadřuje tlakový rozdíl na rozhraní voda-vzduch,  $\gamma$  je povrchové napětí a součet  $\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$  popisuje celkové zakřivení rozhraní.

Není obtížné určit (odhadnout) hodnotu  $R_1$ , známe-li tloušťku vodní vrstvy  $h$  a kontaktní úhel vody na skle  $\varphi$ .

$$R_1 = \frac{\frac{h}{2}}{\cos \varphi} = \frac{h}{2 \cos \varphi} \quad (2)$$

V nejjednodušším případě, kdy má vrstva vody na sklíčku kruhový tvar, má  $R_2$  velikost  $-\frac{D}{2}$ , kde  $D$  je průměr vodní vrstvy. Znaménko minus vyjadřuje, že druhá složka křivosti  $\frac{1}{R_2}$  má ve skutečnosti „opačnou orientaci“ (Berg, 2009).

Uvažujeme-li, že tloušťka vodní vrstvy je velmi malá v porovnání s průměrem (velikostí) vodní vrstvy, můžeme druhou složku křivosti z výpočtů vyloučit (zanedbat), neboť hodnoty  $R_1$  a  $R_2$  jsou umocněny na minus prvou.

Kombinací vztahů (1) a (2) tedy vzniká

$$\Delta p = 2\gamma \frac{\cos \varphi}{h} \quad (3)$$

Vynásobíme-li tlakový rozdíl (3) plochou vodní vrstvy  $S$ , získáme vztah pro sílu:

$$F = 2 S \gamma \frac{\cos \varphi}{h} \quad (4)$$

S ohledem na vlastní experiment, tloušťku  $h$  (řádově setiny milimetru) nejsme schopni uspokojivě měřit, vyjadřujeme ji tedy jako  $h = V/S$ , neboť objem  $V$  a plochu  $S$  můžeme určit s jistotou.

$$F = 2 S \gamma \frac{\cos \varphi}{\frac{V}{S}} \quad (5)$$

Po důkladném uvážení jsme se dále rozhodli vyjádřit rozměry kapky jediným parametrem, který definujeme jako  $\chi = \frac{S^2}{V}$  (vyplývá z rovnice (5)).

$$F = 2 \gamma \chi \cos \varphi \quad (6)$$

## EXPERIMENT

### VLASTNÍ MĚŘENÍ

Pro účely experimentování jsme vytvořili automatizovanou aparaturu, která obsahuje mechanismus pro zdvihnutí vrchního skla, digitální siloměr PASCO, senzor vzdálenosti PASCO pro měření polohy vrchního skla a kameru, která umožňuje vyhodnotit rozměry vodní vrstvy.



Obrázek 2



Obrázek 3

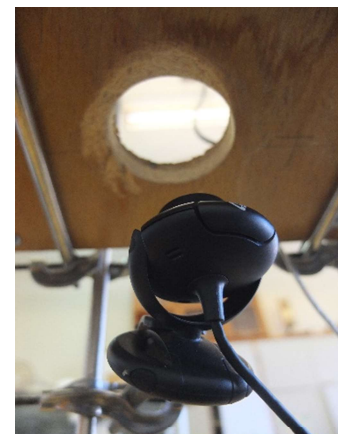


Obrázek 4

**SKLO** – během experimentu jsme používali dvě hladké skleněné desky o rozměrech přibližně 10 x 15 x \_\_ cm (obrázek 3, 4). Spodní skleněná deska byla pevně připevněna k aparatuře, druhá k jezdcí.

**MOTOR** – jezdcem se skleněnou deskou pohyboval silný elektromotor s nastavitelnou rychlostí. Motor byl spojen s jezdcem relativně elastickým nylonovým vlascem. Během jednotlivých měření síly potřebné k oddělení skel byl motor (není-li uvedeno jinak) nastaven na nejnižší možné otáčky, dále díky elasticitě vlasce síla působící na sklíčka narůstala pozvolně, až nakonec způsobila jejich oddělení.

Tato poznámka je důležitá, neboť se vyhýbáme jevům spojeným s hydrodynamikou, které nejsou obsaženy ve vztahu pro potřebnou sílu.



Obrázek 5

KAMERA – pod spodním sklem aparatury byla umístěna kamera, která monitorovala velikost kapky. Data z kamery jsme vyhodnocovali ve vlastním programu napsaném v jazyce Python.

Přesnost této metody jsme testovali měřením obsahů geometrických útvarů o známých rozměrech a stanovili přesnost metody. Maximální odchylka by neměla překročit 5 %.

DIGITÁLNÍ VÁHA – pro určení objemu vodní vrstvy jsme používali digitální váhu, za předpokladu, že hustota roztoků je velmi blízká 1 g/cm<sup>3</sup>. Váha měří s přesností na 0,01 g, uvažujeme tedy absolutní odchylku při určení hmotnosti (objemu) do 0,005 cm<sup>3</sup>.

Celková relativní chyba určení parametru  $\chi = S^2/V$  je tedy

$$\sigma_{\chi} = \sqrt{2 \cdot 0,05^2 + \left(\frac{0,005}{V}\right)^2} \quad (7)$$

Vodní vrstvu na skle jsme vytvářeli kapátkem, viz obrázek 4.

SILOMĚR – pro měření síly jsme použili PASCO senzor, v rámci měření jsme odečítali hodnoty na stupnici po 0,1 N, absolutní chyba pro určení síly by tedy neměla překročit 0,05 N.

SENZOR VZDÁLENOSTI – pro měření pozice horního sklíčka jsme použili příslušný PASCO senzor, který produkuje kontinuální data v čase, stejně jako siloměr.

## URČENÍ POVRCHOVÉHO NAPĚTÍ A KONTAKTNÍHO ÚHLU

Pro jednotlivé experimenty jsme používali celkem čtyři vodné roztoky (manganistan draselný, chlorid sodný, jodid draselný, saponát). První roztok ( $\text{KMnO}_4$ ) byl používán pro tvorbu vodní vrstvy během většiny experimentů, význam aditiva spočívá v obarvení vody, které usnadnilo (umožnilo) určit obsah vodní vrstvy. Manganistan draselný nijak závažně neovlivňuje kontaktní úhel vody na skle, povrchové napětí ani viskozitu.

Roztoky dalších aditiv byly použity pro měření závislosti síly na velikosti povrchového napětí.

Povrchové napětí roztoků jsme měřili experimentálně stalagometrickou metodou [4]. Kontaktní úhel roztoků jsme určili analýzou fotografií vodních kapek v programu Tracker (Yuehua & Lee, 2013).

| Roztok          | Koncentrace<br>[ $\text{mol}\cdot\text{dm}^{-3}$ ] | Hustota<br>[ $\text{g}\cdot\text{cm}^3$ ] | Kontaktní úhel<br>[ $^\circ$ ] | Povrchové<br>napětí [ $\text{mN}\cdot\text{m}^{-1}$ ] |
|-----------------|--|---|--------------------------------|---|
| $\text{KMnO}_4$ | $0,03 \pm 0,01$                                    | $\approx 1$                               | $32,4 \pm 0,5$                 | $71,98 \pm 0,02$                                      |
| NaCl            | $6,09 \pm 0,01$                                    | $1,4 \pm 0,01$                            | $47,5 \pm 0,5$                 | $146,16 \pm 0,01$                                     |
| KI              | $2,01 \pm 0,01$                                    | $1,2 \pm 0,1$                             | $23,5 \pm 0,5$                 | $105,49 \pm 0,02$                                     |
| saponát         | $* 0,02 \pm 0,01$                                  | $\approx 1$                               | $24,8 \pm 0,5$                 | $29,41 \pm 0,02$                                      |

\*  $\text{g}\cdot\text{dm}^{-3}$

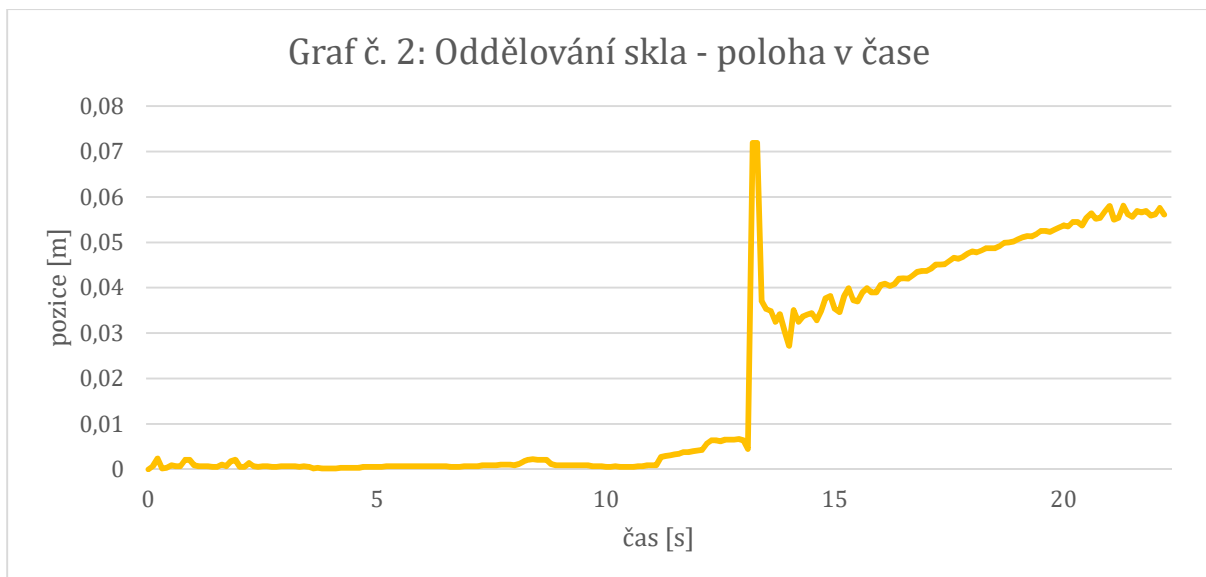
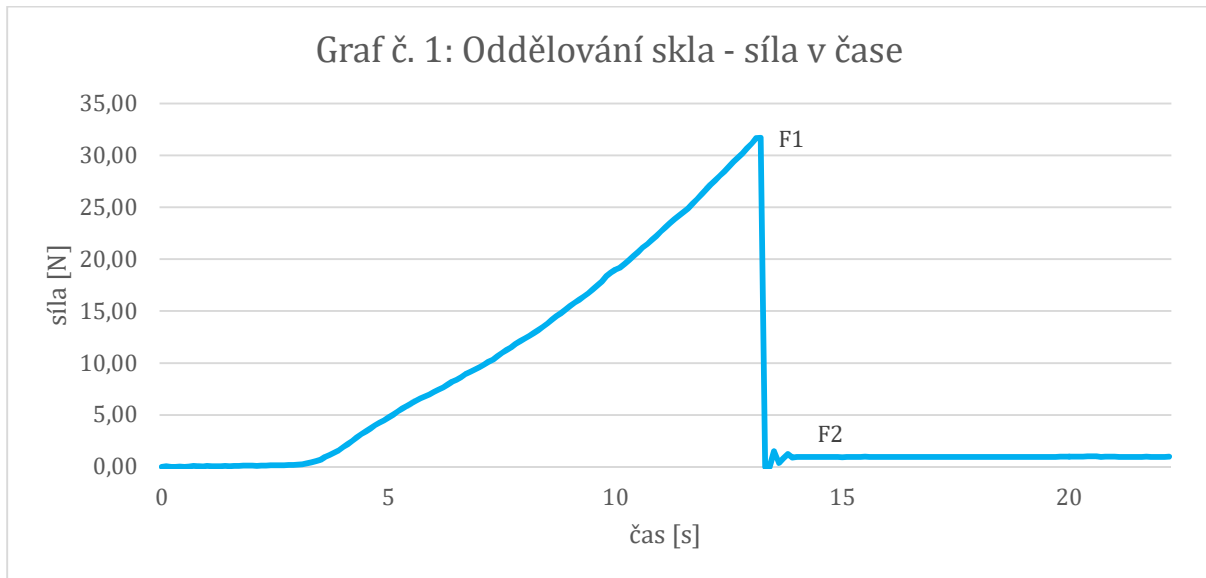


Obrázek 6 – kapy roztoků na skle pro určení kontaktního úhlu

## VÝSLEDKY

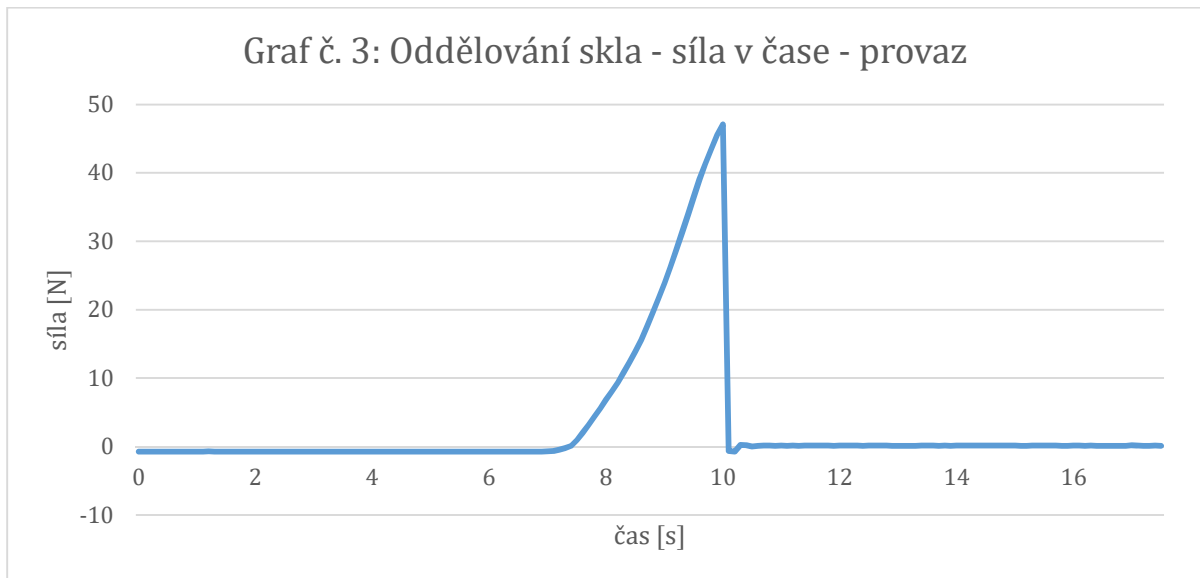
### ODDĚLENÍ DVOU SKEL

Následujícími grafy popisujeme, jakým způsobem k oddělení skel dochází. Po zapnutí motoru dochází k pozvolnému růstu síly bez znatelného pohybu sklíček. Dosáhne-li síla kritické hodnoty, horní sklíčko „povyskočí“ a síla dramaticky klesne. Výsledná síla pro oddělení skel je tedy  $F_1 - F_2$ , síla  $F_2$  je způsobena nenulovou hmotností skel, třením, odporem vzduchu apod. Protože děláme rozdíl dvou naměřených veličin, maximální absolutní chyba roste na dvojnásobek, to je 0,1 N.



Podmínky měření:  $S = 150 \text{ cm}^2$ ,  $V = 0,5 \text{ cm}^3$ ,  $h = 0,003 \text{ cm}$ ,  $\chi = 450 \text{ m}$ , elastický vlasec.

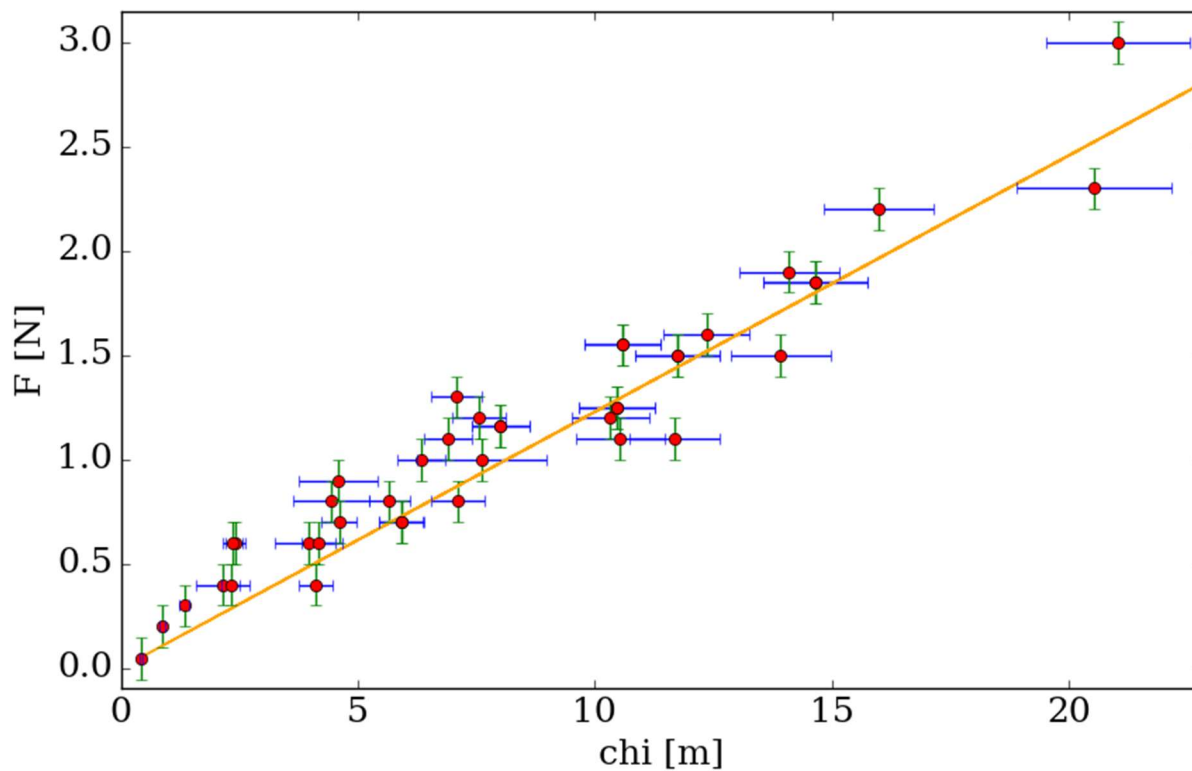
Následující dvojici grafů poukážeme na zásadní vliv dynamiky působící síly. Grafy 1, 2 a 3, 4 pojí stejné počáteční podmínky. V prvním případě vlivem elasticity vlasce síla působící na horní sklo narůstala velmi pozvolně a výsledná síla odpovídala teorii, v druhém případě působící síla narůstala významně rychleji. Síla změřená v druhé případě je přibližně jeden a půl krát větší než v případě prvním. V obou případech dojde k oddělení skel až po překročení určité kritické hodnoty síly. Drobné odchylky v naměřené poloze před překročením silového píku neodpovídají skutečnosti (zastínění senzoru pohybujícím se siloměrem apod.)



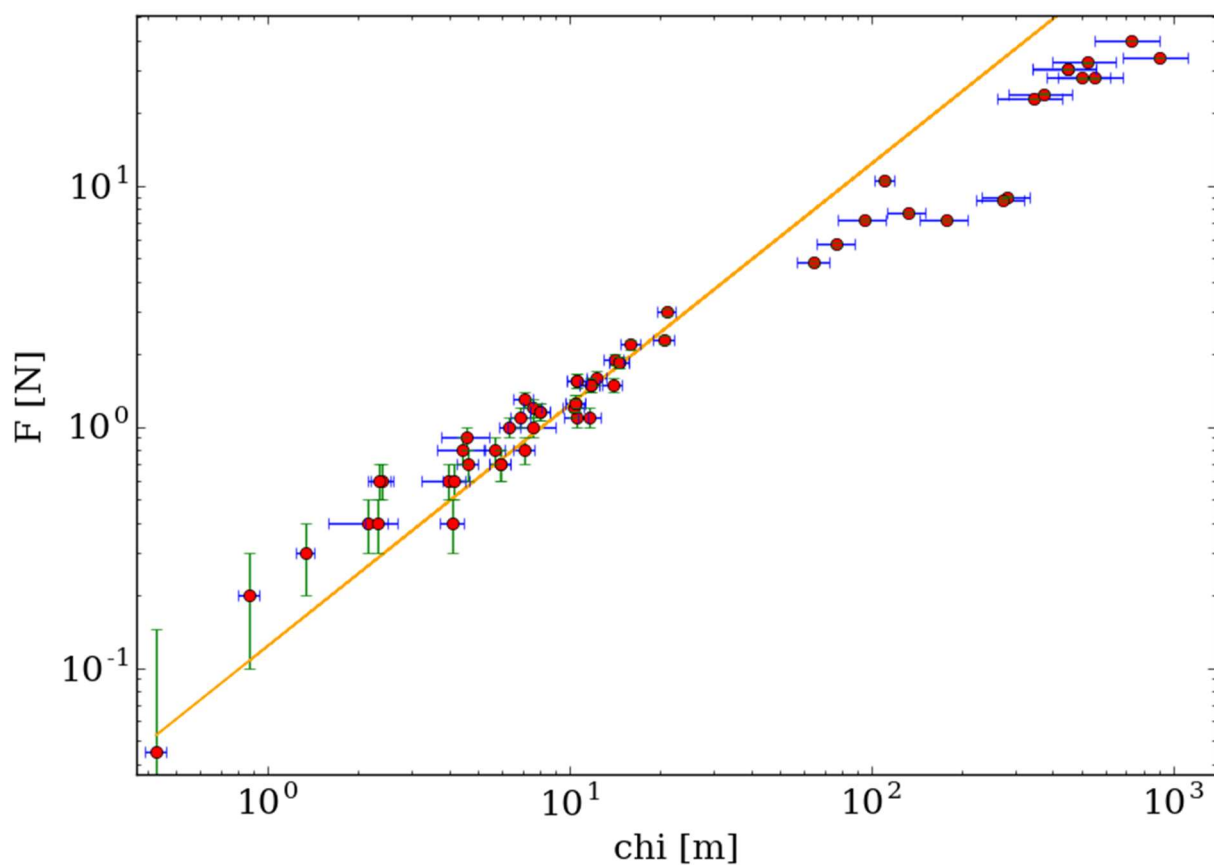
Podmínky měření:  $S = 150 \text{ cm}^2$ ,  $V = 0,5 \text{ cm}^3$ ,  $h = 0,003 \text{ cm}$ ,  $\chi = 450 \text{ m}$ , nepružný provaz.

## NAMĚŘENÉ HODNOTY SÍLY

Graf č. 5: Roztok KMnO<sub>4</sub>, malé hodnoty síly, porovnání teorie a experimentu

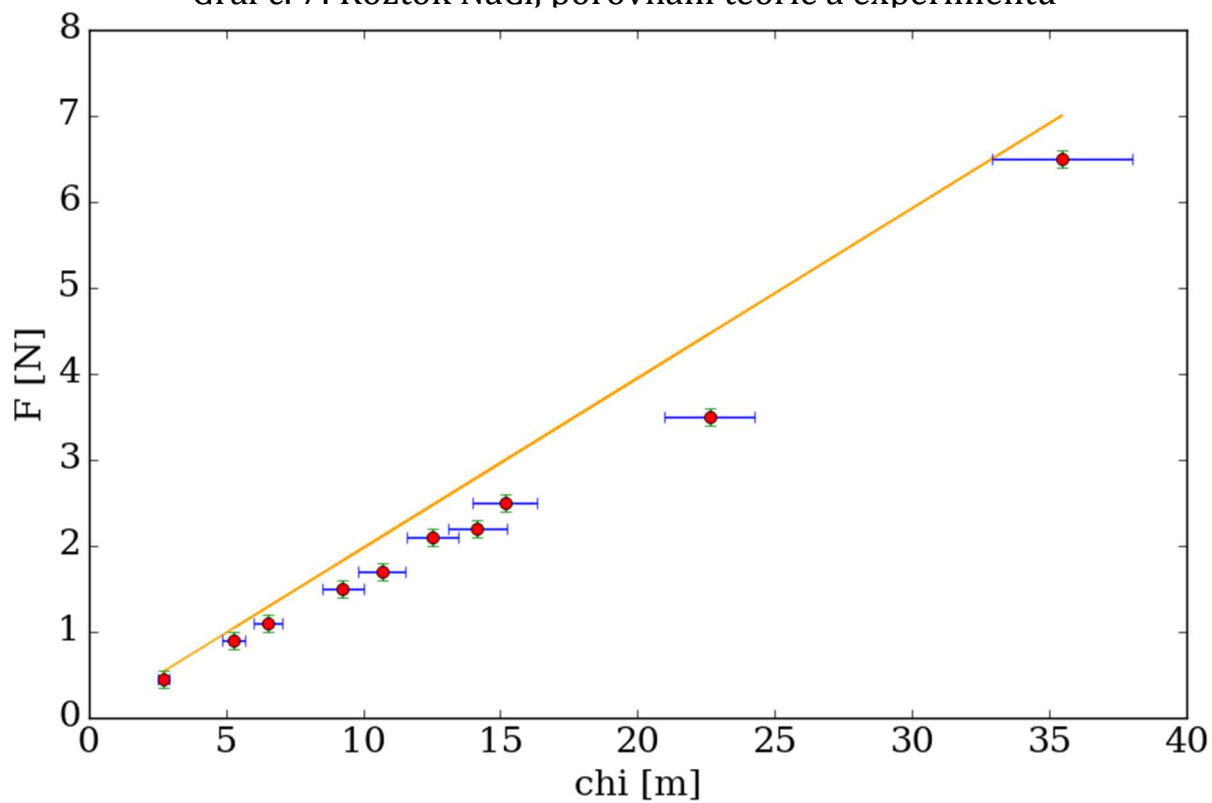


Graf č. 6: Roztok KMnO<sub>4</sub>, velký rozsah dat, porovnání teorie a experimentu

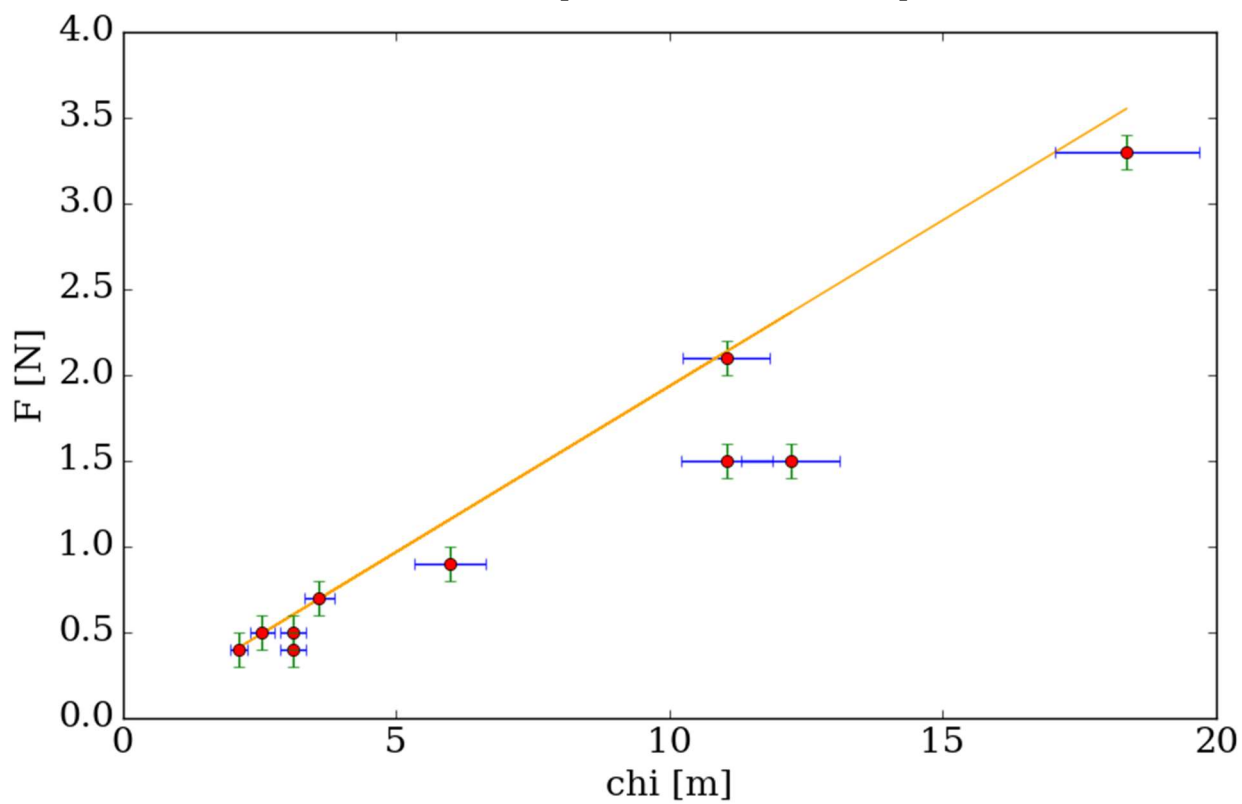




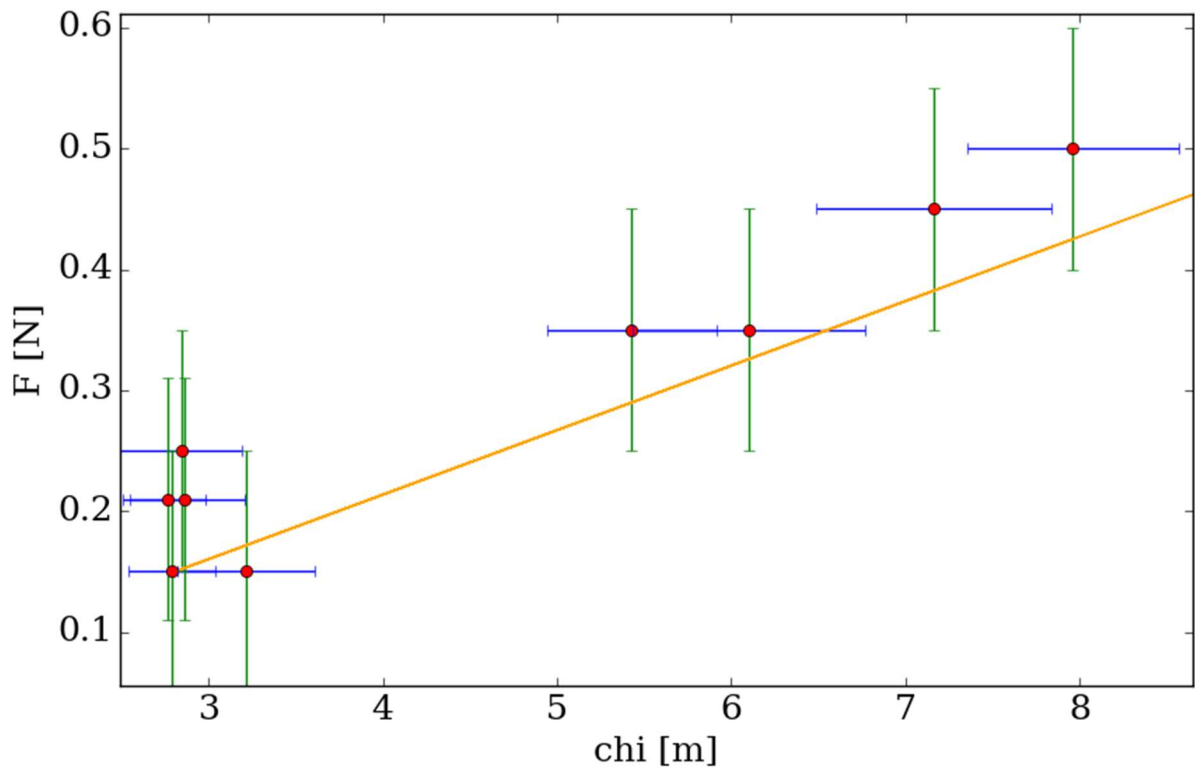
Graf č. 7: Roztok NaCl, porovnání teorie a experimentu



Graf č. 8: Roztok KI, porovnání teorie a experimentu



Graf č. 9: Roztok saponátu, porovnání teorie a experimentu



Grafy č. 5, 6, 7, 8 již předkládají výsledky naší experimentální práce (více než sto měření). Oranžová křivka v jednotlivých grafech odpovídá teorii pro daný kontaktní úhel a povrchové napětí.

#### EXPERIMENTY PRO NEELASTICKÝ VLASEC

Povětšinou jsme se zabývali takovým oddělením skel, které způsobuje pozvolně narůstající síla. Chceme nastínit význam dalšího parametru, kterým je rychlost oddělování.

Předkládáme průměrné hodnoty z několika sad měření:

| Výsledná rychlost [ $\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ ] | Koeficient exp. / teorie | Odchylka od teorie |
|---|--------------------------|--------------------|
| 8   | $1,06 \pm 0,01$          | 6 %                |
| 15  | $1,31 \pm 0,01$          | 31 %               |
| 29  | $1,75 \pm 0,02$          | 75 %               |
| 51  | $2,00 \pm 0,05$          | 100 %              |
| 68  | $2,27 \pm 0,03$          | 127 %              |
| 75  | $2,61 \pm 0,02$          | 161 %              |
| 94  | $3,16 \pm 0,08$          | 216 %              |

Podmínky měření:  $\text{KMnO}_4$ , nepružný provaz

Veškeré předchozí experimenty jsme prováděli při rychlosti  $8 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ , tj. nejnižší možná. Při maximální rychlosti je naměřená síla více než třikrát větší než síla vypočítaná.

Výsledná síla potřebná pro oddělení skel se pravděpodobně pojí s dalšími procesy (tlakovými změnami) probíhajícími v kapalině, které by bylo možné popsat např. Navier-Stokesovými rovnicemi.

## ZÁVĚR

Teoreticky i experimentálně jsme popsali závislost síly potřebné k oddělení skel na rozměrech vodní vrstvy, hodnotě povrchového napětí a kontaktního úhlu. Nastínili jsme další možný aspekt úlohy, kterým je hydrodynamika.

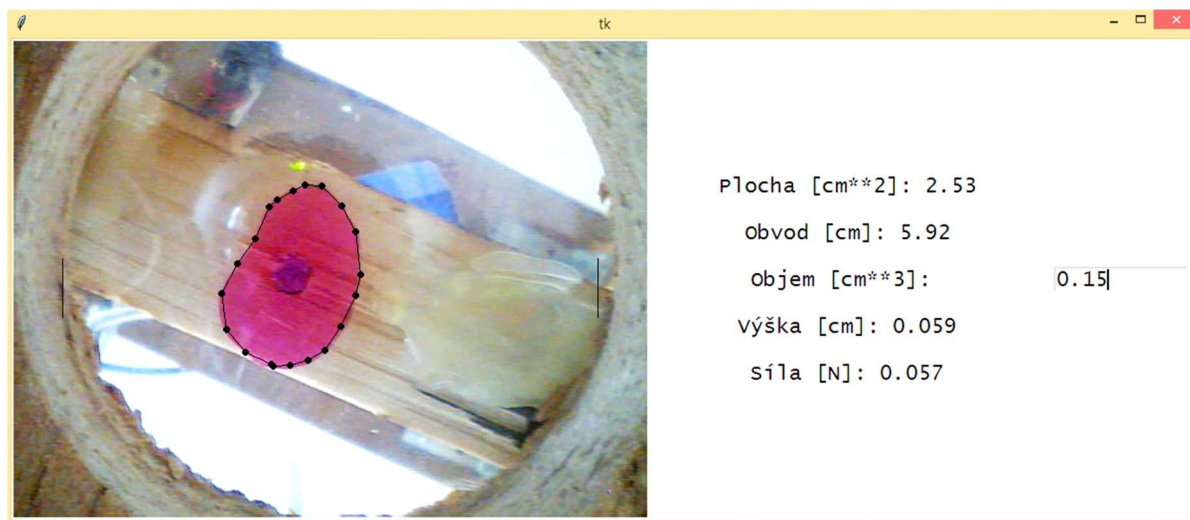
Naše teorie založená na Young-Laplaceově rovnici a hydrostatice obecně a odpovídá experimentálním datům přibližně na 80 % ( $\text{KMnO}_4$ ).

## REFERENCE

1. Berg, J. C. (2009). *Fluid Interfaces and Capillarity. In An Introduction to Interfaces and Colloid*. New Jersey: World Scientific Publishing Co Pte Ltd.
2. Yuehua, Y., & Lee, T. (2013). Contact Angle and Wettng Properties. V G. Bracco, & B. Holst, *Surface Science Techniques*. Berlin ; New York: Springer.
3. Wikipedia Contributors. (21. Prosinec 2016). *Young–Laplace equation*. Načteno z Wikipedia, The Free Encyclopedia.:  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Young%E2%80%93Laplace\\_equation](https://en.wikipedia.org/wiki/Young%E2%80%93Laplace_equation)
4. Wikipedia Contributors. (21. Leden 2017). *Stalagmometric method*. Načteno z Wikipedia, The Free Encyclopedia.:  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Stalagmometric\\_method](https://en.wikipedia.org/wiki/Stalagmometric_method)

## PŘÍLOHY

### PRINTSCREEN PROGRAMU PRO URČENÍ OBSAHU



### APARATURA A KAPILÁRNÍ MOST

